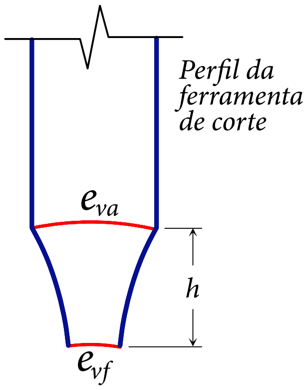
1. Para a construção de uma engrenagem com altura de cabeça (h_a) rebaixada (k = 0,8) com 52 dentes e módulo 3, o engenheiro optou pela fresa universal, solicitando ao torneiro mecânico que construísse a ferramenta de corte. Para a construção desta ferramenta, o torneiro solicita o valor para as cotas mostradas na figura abaixo. Auxilie o engenheiro e determine estes três valores.

Obs.
e_{va} - espessura de vazio na cabeça do dente.
e_{vf} - espessura de vazio no pé do dente.
h - altura do dente.

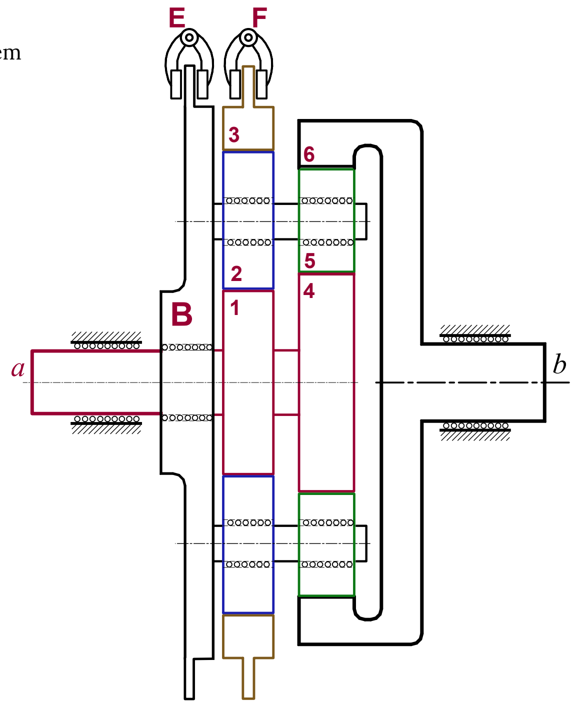


Perfil da fresa a ser construída.

2. Em um engrenamento a 20°, com 11 dentes no peão e módulo 2, a relação de transmissão é de exatamente 0,275. O melhor aluno, da turma de mecanismos, afirma que um afastamento, na distância entre centros, vai resolver o problema da interferência. Considerando que montagens com afastamento só são permitidas se o novo h_a não for inferior a 75% do h_a original, verifique se este aluno tem razão e, neste caso qual será o afastamento mínimo que irá resolver o problema?

3. No Câmbio, de duas marchas, mostrado na figura abaixo, a entrada se faz pelo eixo ***a*** e a saída pelo eixo ***b***, este consiste de dois planetários em série, ele tem uma marcha à frente e uma marcha a ré. As pinças **E** e **F** devem acionar estas marchas quando fechadas (não simultaneamente). Perceba ainda que as engrenagens **1** e **4** são compostas e, com a pinça **E** fechada, o braço estará fixo e com a pinça **F** fechada, o anel **3** estará fixo. Determine a relação de transmissão à frente, sabendo-se que a relação de marcha ré é igual a 1/4 e que $z_1 = 15$, $z_2 = 25$, $z_3 = 35$, $z_4 = 18$.

Obs.
As engrenagens 2 e 5, apesar de estarem sobre um eixo ligado a braço, não são compostas.



Obs.:
Nesta prova, a primeira questão vale 3 pontos e a segunda questão vale 4 pontos e a terceira vale 3 pontos.

Engrenagens

Expressões

$m = \frac{p}{\pi}$	$h_a = m$	$d_a = d + 2m$	$d_b = d\cos\alpha$
$d = mz$	$h_f = 1,25m$	$d_f = d - 2,5m$	$h = h_f + h_a$

Interferência, z_2 finito

$$z_1 > \sqrt{z_2^2 + \frac{4}{\text{sen}^2\alpha}(z_2+1)} - z_2$$

Interferência com a cremalheira

$$z_1 > \frac{2}{\text{sen}^2\alpha}$$

Espessura do dente

$$e = \rho\left\{\frac{\pi}{z} + 2[ev(\alpha) - ev(\delta)]\right\}$$

Sendo

$$\delta = \arccos\frac{r_b}{\rho} \quad \text{e} \quad ev(x) = \text{tg}\, x - x$$

Grau de Recobrimento

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2} + \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2} - (r_1 + r_2)\,\text{sen}\,\alpha}{p\cos\alpha}$$

Afastamento de Centro

$$r_1'\cos\alpha' = r_1\cos\alpha$$
$$r_2'\cos\alpha' = r_2\cos\alpha$$
$$C'\cos\alpha' = C\cos\alpha$$
$$r_{b1}' = r_{b1} \mid r_{b2}' = r_{b2}$$
$$r_{a1}' = r_{a1} \mid r_{a2}' = r_{a2}$$

Trens Simples/Compostos

simples ext-ext	simples ext-int	um eixo composto
$\varphi = -\frac{z_1}{z_2}$	$\varphi = \frac{z_1}{z_2}$	$\varphi = \frac{z_1 z_3}{z_2 z_4}$

Trem Epicicloidal

$$\frac{\omega_B - \omega_4}{\omega_B - \omega_1} = \frac{z_1 z_3}{z_2 z_4}$$

Trem Planetário

$$\frac{\omega_B - \omega_3}{\omega_B - \omega_1} = -\frac{z_1}{z_3}$$

Módulos Normalizados

Modulo (mm)	Incremento (mm)
0,3 a 1,0	0,10
1,0 a 4,0	0,25
4,0 a 7,0	0,50
7,0 a 16,0	1,00
16,0 a 24,0	2,00
24,0 a 45,0	3,00
45,0 a 75,0	5,00

Gabarito

Questão 1

Com os parâmetros fornecidos

$$z = 52; \quad \alpha = 20^o; \quad k = 0,8; \quad m = 3$$

Podemos obter de imediato

$$r = \frac{mz}{2} = 78\,\text{mm} \qquad r_a = r + km = 80,4\,\text{mm}$$
$$r_f = r - 1,25m = 74,25\,\text{mm} \qquad r_b = r\cos\alpha = 73,3\,\text{mm} \tag{1.1}$$

Agora percebendo, e isto tem que ser verificado, que $r_f > r_b$, podemos determinas os valores de e_a e e_f, como sendo:

$$\delta_a = \arccos\frac{r_b}{r_a} \;\Rightarrow\; e_a = r_a\left\{\frac{\pi}{z} + 2[ev(\alpha) - ev(\delta_a)]\right\} = 2,87\,\text{mm}$$
$$\delta_f = \arccos\frac{r_b}{r_f} \;\Rightarrow\; e_f = r_f\left\{\frac{\pi}{z} + 2[ev(\alpha) - ev(\delta_f)]\right\} = 6,49\,\text{mm} \tag{1.2}$$

Para os dados da fresa, nós iremos precisar dos comprimentos de vazio, para isto, vamos calcular inicialmente os passos de cabeça e de pé.

$$p_a = \frac{2\pi r_a}{z} = 9,71\,\text{mm}$$
$$p_f = \frac{2\pi r_f}{z} = 8,97\,\text{mm} \tag{1.3}$$

A partir destes valores, obtemos as espessuras superior e inferior para a nossa fresa.

$$e_{va} = p_a - e_a = 6,85\,\text{mm}$$
$$e_{vf} = p_f - e_f = 2,48\,\text{mm} \tag{1.4}$$

Para a última cota (h), vamos nos valer da expressão para a altura do dente, considerando k = 0,8

$$h = 1,25m + 0,8m = 6,15\,\text{mm} \tag{1.5}$$

Questão 2

Dados de projeto

$$\alpha = 20^o\,; \quad z_1 = 11\,; \quad \varphi = 0,275\,; \quad z_2 = \tfrac{z_1}{\varphi} = 40\,; \quad m = 2\,\textbf{mm} \tag{2.1}$$

A partir destes dados, para a montagem inicial (sem afastamento), vamos obter

$$r_1 = 11\,\textbf{mm}$$
$$r_2 = 40\,\textbf{mm}$$
$$r_{a2} = 42\,\textbf{mm}$$
$$r_{b2} = r_2\cos\alpha = 37,59\,\textbf{mm} \tag{2.2}$$
$$C = r_1 + r_2 = 51\,\textbf{mm}$$
$$\rho = \sqrt{r_{b2}^2 + (r_1 + r_2)^2\text{sen}^2\alpha} = 41,44\,\textbf{mm}$$

Percebemos aqui, que as expressões acima constatam a interferência, desde que $r_{a2} > \rho$.

Após o afastamento, teremos novos raios primitivos, r_1' e r_2', e também um novo ângulo de pressão α', com isto, para que não haja interferência, a equação $\rho' = \sqrt{r_{b2}^2 + (r_1' + r_2')^2\text{sen}^2\alpha'} > r_{a2}$, deve ser satisfeita.

Como consequência, temos o seguinte desenvolvimento

$$
\begin{aligned}
&(r_1' + r_2'), \operatorname{sen}\alpha' > \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2} \\
&\left[(r_1 + r_2)\frac{\cos\alpha}{\cos\alpha'}\right] \operatorname{sen}\alpha' > \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2} \\
&(r_1 + r_2)\cos\alpha \operatorname{tg}\alpha' > \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2}
\end{aligned} \tag{2.3}
$$

E, percebendo a função tangente é uma função crescente, chega-se a

$$\alpha' > \operatorname{arctg}\frac{\sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2}}{(r_1+r_2)\cos\alpha} = 21,36^{\circ} \tag{2.4}$$

Portando, se fizermos $\alpha' = 21{,}37^{o}$, vamos garantir que não haverá interferência após o afastamento entre os centros.

Com este valor de α', vamos encontrar, na sequência

$$
\begin{aligned}
&r_1' = r_1\frac{\cos\alpha}{\cos\alpha'} = 11,10\,\mathbf{mm} \\
&r_2' = r_2\frac{\cos\alpha}{\cos\alpha'} = 40,36\,\mathbf{mm} \\
&C' = r_1' + r_2' = 51,46\,\mathbf{mm}
\end{aligned} \tag{2.5}
$$

Desta forma o afastamento necessário, para que não ocorra a interferência será

$$C' - C = 0,46\,\mathbf{mm} \tag{2.5}$$

Com isto, o novo valor (virtual) para a altura de cabeça será

$$r_{a2} - r_2' = 1,64\,\mathbf{mm} \tag{2.6}$$

Que pode ser aceito tranquilamente, desde que 75% de h_a ($m \cdot 0{,}75 = 1{,}5$ **mm**), é menor que o valor acima encontrado.

Questão 3

Dados iniciais

$$z_1 = 15\,; \quad z_3 = 35\,; \quad z_4 = 18\,; \quad \omega_1 = \omega_4 \tag{3.1}$$

Pela figura, é visível que quando a pinça **E** estiver fechada teremos um trem simples com engrenamento externo-interno reverso, uma vez que se tem uma engrenagem intermediária (engrenagem 5). Para este caso, que será então a nossa marcha a ré, vamos ter

$$\varphi_{46} = -\frac{z_4}{z_6} = -\frac{1}{4} \tag{3.2}$$

Que fornece, em consequência, $z_6 = 72$.

Vejamos agora a situação em que a pinça **F** esteja fechada. No primeiro planetário se tem

$$\frac{\omega_B - \omega_3}{\omega_B - \omega_1} = -\frac{z_1}{z_3} \tag{3.3}$$

Com a pinça **F** fechada, o w_3 será nulo.

$$\frac{\omega_B}{\omega_B - \omega_1} = -\frac{z_1}{z_3} \quad \Rightarrow \quad \omega_B = \omega_1\frac{z_1}{z_1+z_2} \tag{3.4}$$

No segundo planetário, vamos ter

$$\frac{\omega_B - \omega_6}{\omega_B - \omega_4} = -\frac{z_4}{z_6} \tag{3.5}$$

De onde obtemos

$$\omega_B(z_4 + z_6) = \omega_4 z_4 + \omega_6 z_6 \tag{3.6}$$

Substituindo o valor de w_B obtido na expressão (3.4) e percebendo que $w_4 = w_1$.

$$\omega_1\frac{z_1}{z_1+z_3}(z_4 + z_6) = \omega_1 z_4 + \omega_6 z_6 \tag{3.7}$$

E, desenvolvendo, na sequência

$$\begin{aligned}
&\omega_1\left(\frac{z_1z_4+z_1z_6}{z_1+z_3}-z_4\right)=\omega_6z_6\\
&\omega_1\frac{z_1z_6-z_3z_4}{z_1+z_3}=\omega_6z_6\\
&\frac{\omega_6}{\omega_1}=\frac{z_1z_6-z_3z_4}{z_6(z_1+z_3)}
\end{aligned} \tag{3.8}$$

Agora, utilizando os valores informados para a quantidade de dentes de cada engrenagem, vamos obter finalmente nossa marcha à frente.

$$\varphi_{ab}=\frac{15\cdot 72-35\cdot 18}{72\cdot(15+35)}=\frac{1}{8} \tag{3.9}$$