Mecanismos - Avaliação Final

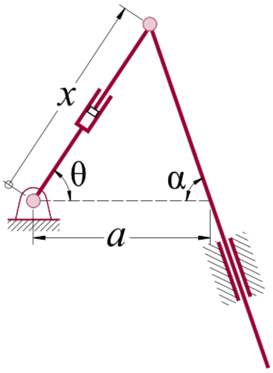
03/11/2022

Nota:

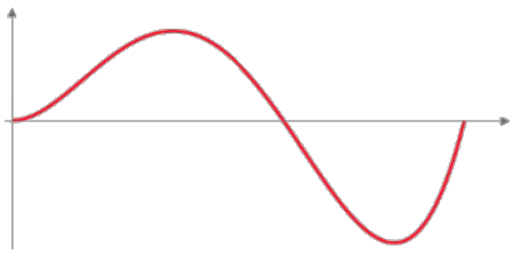
Aluno: ______________________________

1. Na cadeia abaixo a coordenada principal é θ, determine o deslocamento, velocidade e aceleração para a coordenada x.

   Obs.
   Caso encontre alguma dificuldade, note que a lei dos senos pode auxiliar.

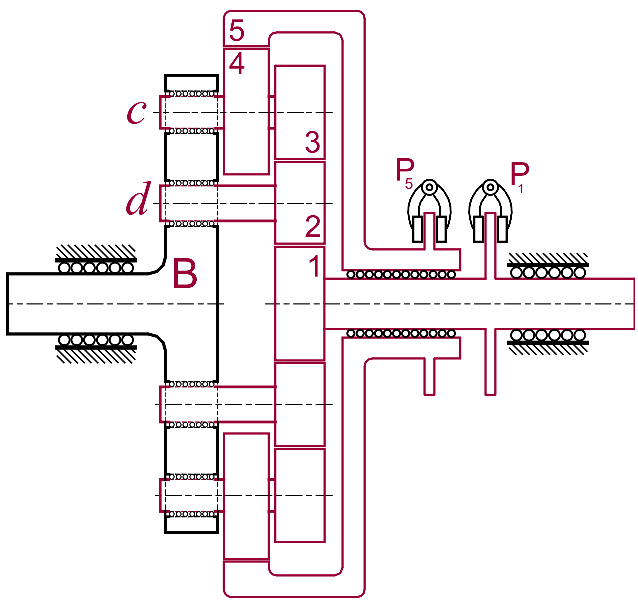


2. Sabendo-se que uma função polinomial do tipo 4-5-6 (gráfico da aceleração abaixo) vai ter um trecho de repouso superior ao final de sua elevação, efetue, neste polinômio, operações de transformação de tal forma que ao final da elevação não se tenha perturbação e mostre a função obtida. Perceba que as operações necessárias serão as mesmas que devem ser feitas no gráfico da aceleração de forma que, ao final este fique com o seu trecho que assíntota a horizontal no seu final e não no seu início como é o caso mostrado (atente porém que gráficos de aceleração sempre têm o seu primeiro trecho positivo e que funções de elevação começam em zero).



3. Para o trem, mostrado na figura abaixo, ângulo de pressão a 25º, a entrada se faz pelo braço e a saída pode se dar pelo sol (engrenagem **1**) ou pelo anel (engrenagem **5**), em função de qual pinça ($\mathbf{P_1}$ ou $\mathbf{P_5}$) esteja acionada. Determine as duas relações de transmissão, em cada situação, após isto, considerando que as engrenagens **1** e **3** tenham o mesmo número de dentes e que as relações de transmissão sejam iguais a 0,6 e -1,5, determine a quantidade de dentes de cada engrenagem (**5** e **4** são as mais importantes) considerando que não deva haver interferência.

   Obs.
   - Para engrenamento a 25º o menor número de dentes possível tem que ser superior a 11 para que não haja interferência.
   - Os eixos ***c*** e ***d*** giram livres no braço e a engrenagem **3** é composta com **4**.



		Questão		
		1	2	3
Peso	4			
	3			

Caso a tabela não seja marcada (X), *ou marcada incorretamente, os pesos serão* 3, 3 *e* 4 *respectivamente.*

Mecanismos Articulados

Cadeias Impostas

Deslocamento

$$\begin{cases} f_1(q, s_1, s_2, s_3, \ldots, s_n) = 0 \\ f_2(q, s_1, s_2, s_3, \ldots, s_n) = 0 \\ \quad \vdots \qquad\qquad\qquad \vdots \\ f_n(q, s_1, s_2, s_3, \ldots, s_n) = 0 \end{cases}$$

Velocidade

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial s_1} & \frac{\partial f_1}{\partial s_2} & \frac{\partial f_1}{\partial s_3} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial s_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial s_1} & \frac{\partial f_2}{\partial s_2} & \frac{\partial f_2}{\partial s_3} & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial s_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial s_1} & \frac{\partial f_n}{\partial s_2} & \frac{\partial f_n}{\partial s_3} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial s_n} \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \mathbf{F} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial q} \\ \frac{\partial f_2}{\partial q} \\ \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial q} \end{Bmatrix}$$

$$\dot{\mathbf{S}} = \begin{Bmatrix} \dot{s}_1 \\ \dot{s}_2 \\ \vdots \\ \dot{s}_n \end{Bmatrix} = \mathbf{K}\dot{q} \quad \text{sendo} \quad \mathbf{K} = \begin{Bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ \vdots \\ k_n \end{Bmatrix} = -\mathbf{J}^{-1}\mathbf{F}$$

Aceleração

$$\mathbf{L} = \begin{Bmatrix} l_1 \\ l_2 \\ \vdots \\ l_n \end{Bmatrix} = \frac{d}{dq}\mathbf{K} \quad \text{e} \quad \ddot{\mathbf{S}} = \begin{Bmatrix} \ddot{s}_1 \\ \ddot{s}_2 \\ \vdots \\ \ddot{s}_n \end{Bmatrix} = \ddot{q}\mathbf{K} + \dot{q}^2\mathbf{L}$$

Cames

Curvas de Elevação

Harmônica

$$f(\theta) = \frac{h}{2}\left(1 - \cos\frac{\pi}{\beta}\theta\right)$$

Dupla Harmônica

$$f(\theta) = \frac{h}{2}\left[(1 - cos\frac{\pi}{\beta}\theta) - \frac{1}{4}(1 - cos\frac{2\pi}{\beta}\theta)\right]$$

Cicloide

$$f(\theta) = h\left(\frac{\theta}{\beta} - \frac{1}{2\pi}\,\text{sen}\,\frac{2\pi}{\beta}\theta\right)$$

Polinômios - Lei de Formação

A-B

$$f(\theta) = h\left[b\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^a - a\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^b\right]$$

A-B-C

$$f(\theta) = h\left[\frac{bc}{2}\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^a - ac\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^b + \frac{ab}{2}\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^c\right]$$

A-B-C-D

$$f(\theta) = h\left[\frac{bcd}{6}\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^a - \frac{acd}{2}\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^b + \frac{abd}{2}\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^c - \frac{abc}{6}\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^d\right]$$

Engrenagens

Expressões

$$\left|\begin{array}{l} m = \frac{p}{\pi} \\ d = mz \end{array}\right| \begin{array}{l} h_a = m \\ h_f = 1,25m \end{array} \left|\begin{array}{l} d_a = d + 2m \\ d_f = d - 2,5m \end{array}\right| \begin{array}{l} d_b = d\cos\alpha \\ h = h_f + h_a \end{array}\Bigg|$$

Interferência, z_2 finito

$$z_1 > \sqrt{z_2^2 + \frac{4}{\text{sen}^2\alpha}(z_2 + 1)} - z_2$$

Interferência com a cremalheira

$$z_1 > \frac{2}{\text{sen}^2\alpha}$$

Trens Simples/Compostos

simples ext-ext	simples ext-int	um eixo composto
$\varphi = -\frac{z_1}{z_2}$	$\varphi = \frac{z_1}{z_2}$	$\varphi = \frac{z_1 z_3}{z_2 z_4}$

Trem Epicicloidal

$$\frac{\omega_B - \omega_4}{\omega_B - \omega_1} = \frac{z_1 z_3}{z_2 z_4}$$

Trem Planetário Simples

$$\frac{\omega_B - \omega_3}{\omega_B - \omega_1} = -\frac{z_1}{z_3}$$

Módulos Normalizados

Modulo (mm)	Incremento (mm)
0,3 a 1,0	0,10
1,0 a 4,0	0,25
4,0 a 7,0	0,50
7,0 a 16,0	1,00
16,0 a 24,0	2,00
24,0 a 45,0	3,00
45,0 a 75,0	5,00

Gabarito

Questão 1

No triângulo formado, o ângulo faltante é igual a π - (α + θ), então, pela lei dos senos

$$\frac{x}{\operatorname{sen}\alpha} = \frac{a}{\operatorname{sen}\left[\pi - (\alpha + \theta)\right]} \tag{1.1}$$

E podemos obter então o deslocamento

$$x = a \cdot \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\operatorname{sen}(\alpha + \theta)} \tag{1.2}$$

Da equação (1.1), montamos a equação de restrição

$$x \operatorname{sen}(\alpha + \theta) = a \operatorname{sen}\alpha \tag{1.3}$$

Cuja derivada em θ, fornece, de imediato

$$k_x = -x \operatorname{cotg}(\alpha + \theta) \tag{1.4}$$

E então

$$\dot{x} = -x\dot{\theta} \operatorname{cotg}(\alpha + \theta) \tag{1.5}$$

Derivando-se (1.4) em θ.

$$\ell_x = \frac{dk_x}{d\theta} = -k_x \operatorname{cotg}(\alpha + \theta) + x[1 + \operatorname{cotg}^2(\alpha + \theta)] \tag{1.6}$$

Agora de $\ddot{x} = k_x\ddot{\theta} + \ell_x\dot{\theta}^2$, vamos obter finalmente

$$\ddot{x} = -x\ddot{\theta} \operatorname{cotg}(\alpha + \theta) + \dot{\theta}^2\{x[1 + \operatorname{cotg}^2(\alpha + \theta)] - k_x \operatorname{cotg}(\alpha + \theta)\} \tag{1.7}$$

Questão 2

No gráfico da aceleração, mostrado, as operações que o deixam com a assintota do lado direito seriam uma reflexão na vertical seguida de um deslocamento de β para a direita. Porém isto deixa o seu trecho inicial negativo, sendo necessário, para corrigir isto, uma reflexão na horizontal. Portanto, a operação completa será

$$g_{new}(\theta) = -g(\beta - \theta) \tag{2.1}$$

Aplicando estas operações à função original

$$f(\theta) = h\left[15\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^4 - 24\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^5 + 10\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^6\right] \tag{2.2}$$

Vamos ter

$$f_{new}(\theta) = -h\left[15\left(1 - \frac{\theta}{\beta}\right)^4 - 24\left(1 - \frac{\theta}{\beta}\right)^5 + 10\left(1 - \frac{\theta}{\beta}\right)^6\right] \tag{2.3}$$

Aqui percebemos que $f(0) = -h$ e $f(\beta) = 0$, mas, podemos corrigir isto acrescentando h à função (2.3). Logo a nossa função procurada será

$$f_{final}(\theta) = h - h\left[15\left(1 - \frac{\theta}{\beta}\right)^4 - 24\left(1 - \frac{\theta}{\beta}\right)^5 + 10\left(1 - \frac{\theta}{\beta}\right)^6\right] \tag{2.4}$$

E perceba que a derivada terceira desta função é

$$f'''_{final}(\theta) = \frac{60h}{\beta^3}\left[6\left(1 - \frac{\theta}{\beta}\right) - 24\left(1 - \frac{\theta}{\beta}\right)^2 + 20\left(1 - \frac{\theta}{\beta}\right)^3\right] \tag{2.5}$$

Onde claramente vemos que $f'''_{final}(\beta) = 0$, Constituindo-se a condição para que não haja perturbação ao se compor com o repouso ao final da elevação.

Questão 3

Pinça do anel (5) acionada

$$\frac{\omega_B}{\omega_B - \omega_1} = \frac{z_1 z_4}{z_3 z_5} \quad \Rightarrow \quad \frac{\omega_1}{\omega_B} = 1 - \frac{z_3 z_5}{z_1 z_4} \tag{3.1}$$

Considerando $z_1 = z_3$

$$\frac{\omega_1}{\omega_B} = 1 - \frac{z_5}{z_4} \tag{3.2}$$

Pinça do sol (1) acionada

$$\frac{\omega_B - \omega_5}{\omega_B} = \frac{z_1 z_4}{z_3 z_5} \quad \Rightarrow \quad \frac{\omega_5}{\omega_B} = 1 - \frac{z_1 z_4}{z_3 z_5} \tag{3.3}$$

Considerando $z_1 = z_3$

$$\frac{\omega_5}{\omega_B} = 1 - \frac{z_4}{z_5} \tag{3.4}$$

Para a segunda parte do problema, analisando as equações (3.2) e (3.4), vamos considerar então

$$1 - \frac{z_5}{z_4} = -1,5 \quad \text{e} \quad 1 - \frac{z_4}{z_5} = 0,6 \tag{3.5}$$

Agora, atentando ao fato de que, para não haver interferência, a menor engrenagem tem que ter pelo menos 12 dentes, vamos tomar $z_4 = 12$ e, tanto da primeira com da segunda equação em (3.5) chegamos a $z_5 = 30$.

Percebam, aqui, que esta é a solução trivial e ela pode ser usada, desde que tenhamos cuidado com os módulos envolvidos para podermos geometricamente montar o problema, mas outras soluções podem ser aceitas desde que

$$z_5 = \frac{5}{2} z_4 \tag{3.6}$$