Mecanismos - 2ª Avaliação

Nota:

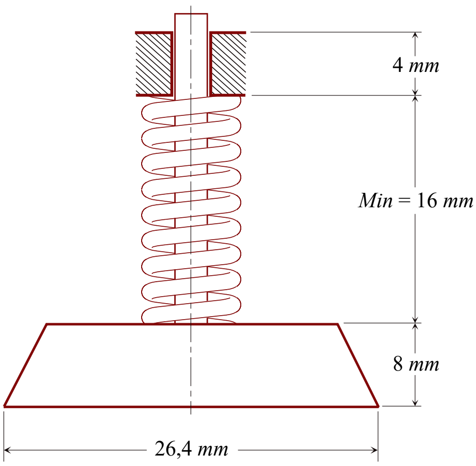
Aluno: ______________________________

1. Dada a composição, mostrada abaixo, verifique a continuidade da função e de suas derivadas, bem como faça um esboço do gráfico da aceleração e diga se é possível utilizá-la como função de elevação, em composição com ela própria no retorno, de tal forma a que obedeça a LFPC. Compare com a harmônica, no que diz respeito à qualidade da curva, sabendo que na harmônica a velocidade máxima é 1,57 e a aceleração máxima é 4,94, **tire sua conclusão** se é melhor ou pior que a harmônica (*não deve haver meio termo, tipo na velocidade é melhor, na aceleração é pior*).

$$f(x) = 0,227 \cdot \begin{cases} 9x^2 & \text{se } 0 < x \leq \frac{1}{3} \\ 6x - 1 + \frac{2}{\pi^2}(1 + \cos 3\pi x) & \text{se } \frac{1}{3} < x \leq \frac{2}{3} \\ \frac{4}{\pi^2} - 5 + 18x - 9x^2 & \text{se } \frac{2}{3} < x \leq 1 \end{cases}$$

2. Um sistema came seguidor do tipo radial utiliza a harmônica para elevação e a dupla harmônica para retorno, o ângulo de pressão de projeto é $\hat{\phi} = 17{,}443^{\circ}$, a altura de elevação é de 8 *mm* e o raio da circunferência principal, inicialmente arbitrado foi de 20 *mm*. Determine inicialmente o ângulo de elevação, que estes parâmetros inicias impõem e, em seguida encontre o ângulo de retorno, considerando que não deva haver *jerk* ao final da elevação. Verifique, em seguida, o valor de R_p, para o retorno, no sentido de certificar se este garante que o ângulo de pressão de projeto não irá ser ultrapassado. Finalmente, considerando uma espessura do mancal igual a 14 *mm* e um coeficiente de atrito da ordem de 0,12, verifique quais valores de "*b*" garantem que não irá haver engripamento.

3. Um mecanismo do tipo came seguidor **de mesa** tem a harmônica para elevação e retorno, com ângulos de elevação e retorno idênticos, o seguidor permanece em repouso inferior durante metade do período (*um período totaliza* 2π), a mesa tem um comprimento total de 26,4 *mm* e, para geometria do mancal, tem-se ***a*** = 4 *mm*, μ_c = 0,1 e μ_m = 0,2, sabe-se ainda que a altura da base da mesa é 8 *mm* e o comprimento mínimo da mola (quando totalmente comprimida) é de 16 *mm*. Determine as dimensões do came (R_o e h) e, garantindo que não haja engripamento, verifique qual deve ser a distância mínima entre a base do mancal e o centro de giro do came.



Pesos:

A primeira questão tem peso 3, a segunda questão tem peso 3 e a terceira questão tem peso 4.

Curvas de Elevação

Harmônica

$$f(\theta)=\frac{h}{2}\left(1-\cos\frac{\pi}{\beta}\theta\right)$$

Dupla Harmônica

$$f(\theta)=\frac{h}{2}\left[(1-cos\frac{\pi}{\beta}\theta)-\frac{1}{4}(1-cos\frac{2\pi}{\beta}\theta)\right]$$

Cicloide

$$f(\theta)=h\left(\frac{\theta}{\beta}-\frac{1}{2\pi}\operatorname{sen}\frac{2\pi}{\beta}\theta\right)$$

Polinômios - Lei de Formação

A-B

$$f(\theta)=h\left[b\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^{a}-a\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^{b}\right]$$

A-B-C

$$f(\theta)=h\left[\frac{bc}{2}\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^{a}-ac\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^{b}+\frac{ab}{2}\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^{c}\right]$$

A-B-C-D

$$f(\theta)=h\left[\frac{bcd}{6}\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^{a}-\frac{acd}{2}\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^{b}+\frac{abd}{2}\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^{c}-\frac{abc}{6}\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^{d}\right]$$

Transformações Geometria/Tempo

$$\dot{y}=f'(\theta)\,\dot{\theta}$$

$$\ddot{y}=f''(\theta)\,\dot{\theta}^2$$

$$\dddot{y}=f'''(\theta)\,\dot{\theta}^3$$

Ângulos de Pressão

Expressão Geral

$$\operatorname{tg}\varphi=\frac{f'(\theta)}{f(\theta)+R_p}$$

Ângulo Máximo

$$\operatorname{tg}\hat{\varphi}=\frac{f'(\theta_o)}{f(\theta_o)+R_p}$$

Engripamento do Seguidor

Ângulo limite

$$\operatorname{tg}\varphi_e=\frac{a}{\mu(a+2b)}$$

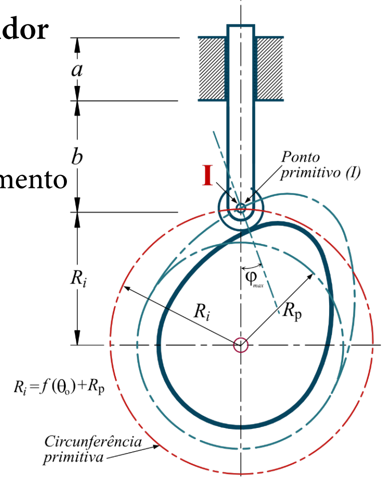
Para não haver engripamento

$$\operatorname{tg}\hat{\varphi}<\frac{a}{\mu(a+2b)}$$

$$b<\frac{a}{2}\left(\frac{1}{\operatorname{tg}\hat{\varphi}}-1\right)$$

Raio Primitivo

$$R_i=R_p+f(\theta_o)$$



Seguidores de Mesa

Contato Mesa/Came

$$e=f'(\theta)$$

$$\ell=1,1\,(f'_{max}(\theta)+\|g'_{min}(\theta)\|)$$

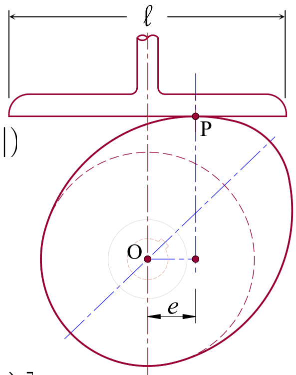
Raio da Circunferência de Base

$$R_o>-[f(\theta)+f''(\theta)]$$

Engripamento

$$f'_{max}(\theta)<\frac{a}{2\mu_m}+\mu_c\frac{a+2b}{2}$$

$$b>\frac{1}{\mu_c}\left[f'_{max}(\theta)-\frac{a}{2}\left(\mu_c+\frac{1}{\mu_m}\right)\right]$$



Curva	θ_o	K	$\frac{R_p}{h}$
Harmônica	$\frac{\beta}{\pi}\operatorname{arccos}\frac{1}{K}$	$\sqrt{1+\left(\frac{\pi}{\beta\operatorname{tg}\hat{\varphi}}\right)^2}$	$\frac{K-1}{2}$
Cicloide	$\frac{\beta}{\pi}\operatorname{arctg}\frac{2\pi}{\beta\operatorname{tg}\hat{\varphi}}$	$\frac{2\pi}{\beta\operatorname{tg}\hat{\varphi}}$	$\frac{1}{\pi}(K-\operatorname{arctg}K)$
Dupla Harmônica	$\frac{2\beta}{\pi}\operatorname{arctg}\left(\frac{\beta}{\pi}(K-1)\operatorname{tg}\hat{\varphi}\right)$	$\sqrt{1+3\left(\frac{\pi}{\beta\operatorname{tg}\hat{\varphi}}\right)^2}$	$\frac{3(K-1)^2}{8K-4}$
Dupla Cicloide	$\frac{\beta}{2\pi}\operatorname{arccos}\left(1-\frac{2}{K^2}\right)$	$\sqrt{1+16\left(\frac{\pi}{\beta\operatorname{tg}\hat{\varphi}}\right)^2}$	$\frac{1}{2\pi}\left[\frac{K^4-8K^2-18K^{-2}+26}{3\sqrt{K^2-1}}-\operatorname{arccos}\left(1-\frac{2}{K^2}\right)\right]$
Polinômio 3-4-5	$\frac{\beta}{2}(1+K)$	$\frac{4}{\beta\operatorname{tg}\hat{\varphi}}+\sqrt{1+\left(\frac{4}{\beta\operatorname{tg}\hat{\varphi}}\right)^2}$	$\frac{(K+1)^3(3K^3-9K^2+13K-15)}{4K}$
Polinômio 4-5-6	$\frac{\beta}{2}(1+K)$	$\frac{5}{\beta\operatorname{tg}\hat{\varphi}}+\sqrt{1+\left(\frac{5}{\beta\operatorname{tg}\hat{\varphi}}\right)^2-\frac{2}{\beta\operatorname{tg}\hat{\varphi}}}$	$\frac{(K+1)^4(5K^3-15K^2+21K-19)}{32(K-1)}$
Polinômio 3-4-5-6	$\frac{\beta}{2}(1+K)$	$\frac{5}{\beta\operatorname{tg}\hat{\varphi}}-\sqrt{1+\left(\frac{5}{\beta\operatorname{tg}\hat{\varphi}}\right)^2+\frac{2}{\beta\operatorname{tg}\hat{\varphi}}}$	$-\frac{(K+1)^3(5K^4-20K^3+36K^2-48K+51)}{32(5K+1)}$
Polinômio 4-5-6-7	$\frac{\beta}{2}(1+K)$	$\frac{6}{\beta\operatorname{tg}\hat{\varphi}}\sqrt{1+\left(\frac{6}{\beta\operatorname{tg}\hat{\varphi}}\right)^2}$	$-\frac{(K+1)^4(5K^4-20K^3+36K^2-44K+35)}{192K}$

Gabarito

Questão 1

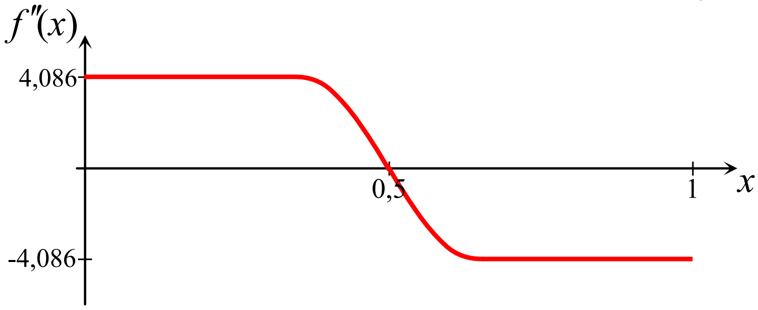
De acordo com a equação dada, iremos obter:

$$f'(x) = 1,362 \cdot \begin{cases} 3x & \text{se } 0 < x \leq \frac{1}{3} \\ 1 - \frac{1}{\pi}\,\text{sen}\,3\pi x & \text{se } \frac{1}{3} < x \leq \frac{2}{3} \\ 3 - 3x & \text{se } \frac{2}{3} < x \leq 1 \end{cases} \tag{1.1}$$

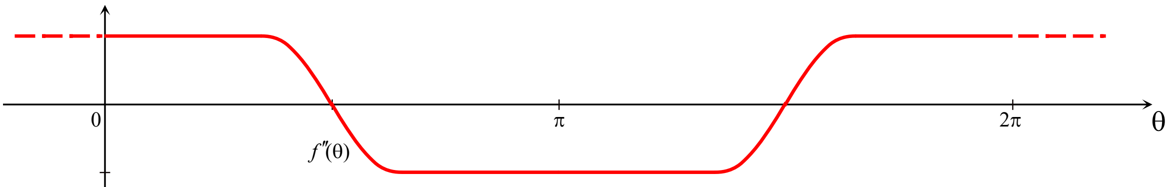
$$f''(x) = 4,086 \cdot \begin{cases} 1 & \text{se } 0 < x \leq \frac{1}{3} \\ -\cos 3\pi x & \text{se } \frac{1}{3} < x \leq \frac{2}{3} \\ -1 & \text{se } \frac{2}{3} < x \leq 1 \end{cases} \tag{1.2}$$

E, podemos notar, pela equação (1.2) que os valores de máximo e mínimo da função $f''(x)$ são 4,086 e -4,086, respectivamente.

Também, a partir da equação (1.2) podemos, facilmente, levantar o gráfico da aceleração:



Por este gráfico, notamos claramente que a aceleração, para a função dada, se assemelha à aceleração da harmônica, ou seja, com saltos no início e final da elevação. Portanto, assim como no caso da harmônica, aqui também é possível se montar uma composição, desta função com ela mesma, obedecendo à LFPC, desde que $\beta_1 = \beta_2 = \pi$, como pode ser visto no gráfico abaixo.



$\beta_1 = \beta_2 = \pi$

Em termos de qualidade, comparativamente à harmônica, temos aqui o valor 1,796 para a velocidade máxima e o valor 4,086 para a aceleração máxima, o que já nos permite afirmar que é bem melhor que a harmônica, levando em conta que a diferença na aceleração é muito maior em favor da função em estudo. Além do que, se compararmos as acelerações segundas máximas (apenas para o gráfico de composição das duas funções), vamos ter 15,5 para a harmônica em contrapartida com apenas 8,9, para esta função.

Questão 2

Parâmetros fornecidos:

$\varphi := 17.443°$ $\quad h := 8$ $\quad R_p := 20$ $\quad a := 14$ $\quad \mu := 0.12$

Consultando-se as tabelas de ângulo de pressão, para a elevação, tem-se:

$$\frac{K_1 - 1}{2} = \frac{R_p}{h} \Rightarrow K_1 = 2\frac{R_p}{h} + 1 = 6$$

E, utilizando-se, então $\sqrt{1 + \left(\frac{\pi}{\beta_1 \cdot tg(\varphi)}\right)^2} = 6$, vamos obter $\beta_1 = \frac{\pi}{\sqrt{35} \cdot \text{tg}(\varphi)} = 1{,}69\ rad$

Obtenção do β_2

Expressões

(A) Para a Elevação	(B) Para o Retorno
$f_A(\theta) := \frac{h}{2}\cdot\left(1-\cos\left(\frac{\pi}{\beta_1}\cdot\theta\right)\right)$	$f_B(\theta) := \frac{h}{2}\cdot\left(1-\cos\left(\frac{\pi}{\beta_2}\cdot\theta\right)-\frac{1}{4}\cdot\left(1-\cos\left(\frac{2\cdot\pi}{\beta_2}\cdot\theta\right)\right)\right)$
$f'_A(\theta) := \frac{h\cdot\pi}{2\cdot\beta_1}\cdot\sin\left(\frac{\pi}{\beta_1}\cdot\theta\right)$	$f'_B(\theta) := \frac{h\cdot\pi}{2\cdot\beta_2}\cdot\left(\sin\left(\frac{\pi}{\beta_2}\cdot\theta\right)-\frac{1}{2}\cdot\sin\left(\frac{2\cdot\pi}{\beta_2}\cdot\theta\right)\right)$
$f''_A(\theta) := \frac{h\cdot\pi^2}{2\cdot{\beta_1}^2}\cdot\cos\left(\frac{\pi}{\beta_1}\cdot\theta\right)$	$f''_B(\theta) := \frac{h\cdot\pi^2}{2\cdot{\beta_2}^2}\cdot\left(\cos\left(\frac{\pi}{\beta_2}\cdot\theta\right)-\cos\left(\frac{2\cdot\pi}{\beta_2}\cdot\theta\right)\right)$

Como sabemos, a condição para que não haja "jerk" ao final da elevação é $f''_A(\beta_1) = f''_B(\beta_2)$, portanto:

$$\frac{h\cdot\pi^2}{2\cdot{\beta_1}^2} = \frac{h\cdot\pi^2}{{\beta_2}^2} \Rightarrow \beta_2 = \sqrt{2}\cdot\beta_1 = 2{,}39\ rad$$

Desta forma, $K_2 = \sqrt{1+3\cdot\left(\frac{\pi}{\beta_2\cdot tan(\varphi)}\right)^2}$ e, então para o retorno $R_p = h\cdot\frac{3\cdot(K_2-1)^2}{8\cdot K_2-4} = 17{,}553\ mm$

Sendo o raio da circunferência principal, no retorno, menor que este na elevação, temos garantia de que o ângulo de pressão do projeto será preservado, isto é não haverá nenhum ângulo de pressão maior do que este no ciclo.

Verificação ao Engripamento

$$b < \frac{a}{2}\cdot\left(\frac{1}{\mu\cdot tan(\varphi)}-1\right) = 178{,}654\ mm$$

Desta forma, podemos afirmar que qualquer valor de b menor ou igual a 178, vai garantir que não haverá engripamento.

Questão 3

Parâmetros fornecidos:

$$\beta := \frac{\pi}{2} \quad L := 26.4\cdot mm \quad \mu_c := 0.1 \quad \mu_m := 0.2 \quad h_{Mesa} := 8\cdot mm \quad Mola_{Comprimida} := 16\cdot mm \quad a := 4\cdot mm$$

Sendo a harmônica para elevação e retorno, tem-se então, para velocidade:

$$f'(\theta) = h\cdot\sin(2\ \theta)$$

Sabemos que na harmônica a velocidade máxima ocorre em $\frac{\beta}{2}$, igual a $\frac{\pi}{4}$ para este caso, então:

$f'_{max}\left(\frac{\pi}{4}\right) = h$, e sendo $L = 2.2\cdot f'_{max}(\theta)$, vem $2.2\cdot h = L$ ou seja $h = \frac{L}{2.2} = 12\ mm$

Com $h = 12\ mm$, tem-se então

$$f(\theta) = 6\cdot(1-\cos(2\ \theta))$$

E

$$f''(\theta) = 24\cdot sin(2\ \theta)$$

Para o cálculo de R_o, sabemos que $R_o = -(f(\theta_c)+f''(\theta_c))$ e que, na harmônica θ_c ocorre em β, então

$$R_o = -(f(\beta)+f''(\beta)) = -(12+(-24)) = 12\ mm$$

Agora, pelo enunciado do problema a distância do centro de giro do came à base do mancal, inicialmente, pode ser dada por:

$$h_{centro\_a\_base\_do\_mancal} = R_o + h + Mola_{Comprimida} + h_{Mesa} = 48\ mm$$

Também, no limite do engripamento, a distância do centro do came à base da mesa é

$$h_{centro\_a\_mesa} = R_o + f\left(\frac{\beta}{2}\right) = 18\ mm$$

O argumento da função f acima, se deve ao fato de já termos visto que o $f'_{max}(\theta)$ ocorre em $\frac{\beta}{2}$.

Assim, podemos determinar um valor inicial de b como sendo

$$b = h_{centro\_a\_base\_do\_mancal} - h_{centro\_a\_mesa} = 30\ mm$$

Com base nos parâmetros de mancal, para que não haja engripamento, devemos ter

$$b > \frac{1}{\mu_c}\left(f'_{max}(\theta) - \frac{a}{2}\left(\mu_c + \frac{1}{\mu_m}\right)\right) = 18\ mm$$

Então o valor de $b = 30\ mm$, inicialmente encontrado pode ser utilizado sem perigo de haver engripamento e a distância do mancal ao centro de giro do came pode ser de $48\ mm$ como encontrado inicialmente.