Mecanismos - 3ª Avaliação

Nota:

Aluno: ____________________

1. Utilizando-se da relação de transmissão φ e desconsiderando o seu valor algébrico, ou seja assumindo apenas que $\varphi = z_1/z_2$, mesmo para engrenamento externo-externo (desconsiderar o sinal negativo), demonstre que, para não haver interferência, deve-se ter necessariamente:

$$z_2 > \frac{2}{A}(1 + \sqrt{1 + A})$$

Sendo

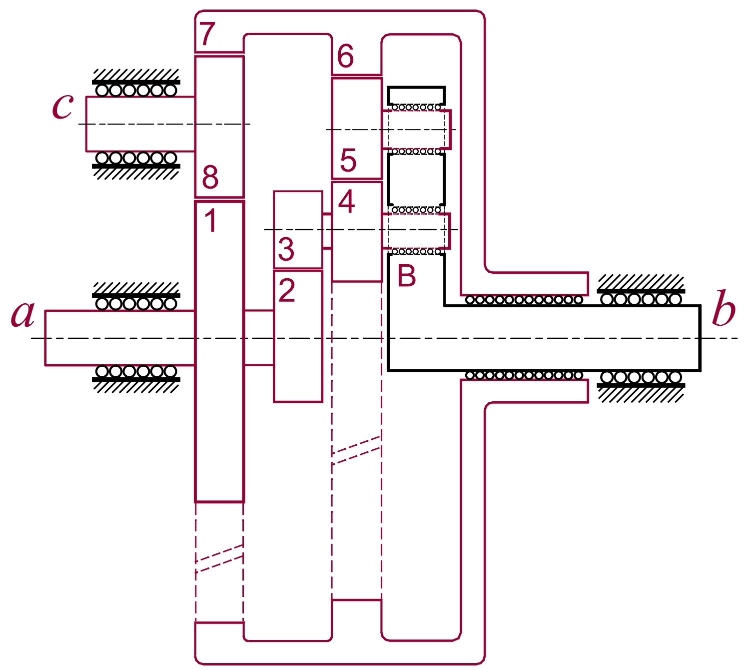
$$A = \varphi(\varphi + 2)\,\mathrm{sen}^2\alpha$$

Obs.:

Utilize a condição de não interferência dada na página de formulários.

2. Em uma montagem, do tipo externo externo, com um módulo de 2.5 mm e ângulo de pressão de 20°, o peão tem 19 dentes e a corôa tem 36 dentes. O engenheiro afirma para o operário que se ele reduzir a distância entre centros, vai conseguir melhorar o grau de recobrimento, sugere, então, uma redução de 0,5 mm nesta distância. Verifique se é possível esta redução, ou seja se após isto não vai haver interferência da circunferência de cabeça da corôa com a circunferência de pé do peão, e se for verdade, em quantos por cento se melhorou o grau de recobrimento.

3. No trem mostrado abaixo, os eixos *a*, *b* e *c* são fixos (podem girar apenas em torno de si mesmos), as engrenagens 6 e 7 são compostas e internas, todas as demais são externas, sendo compostas 1 e 2 e também 3 e 4. Conhecidas a quantidade de dentes de todas as engrenagens, determine a relação de transmissão, sabendo-se que a entrada se faz pelo eixo *a* e a saída se dá pelo eixo *b*. Ao final, verifique também a possibilidade de inversão.



Pesos:

O aluno deve escolher o peso de cada questão, sendo necessariamente duas com peso 3 e uma com peso 4.

Escolha a questão que deva valer 4 pontos *(marque um X):* 1☐ ; 2☐ ; 3☐.

Marcação rasurada ou inexistente será entendido como 4 pontos para a última questão.

Engrenagens

Expressões

$m = \frac{p}{\pi}$	$h_a = m$	$d_a = d + 2m$	$d_b = d\cos\alpha$
$d = mz$	$h_f = 1,25m$	$d_f = d - 2,5m$	$h = h_f + h_a$

Condição para que não haja interferência

$$\frac{4}{\text{sen}^2\alpha}(z_2+1) < 2z_1z_2 + z_1^2$$

Interferência, z_2 finito

$$z_1 > \sqrt{z_2^2 + \frac{4}{\text{sen}^2\alpha}(z_2+1)} - z_2$$

Interferência com a Cremalheira

$$z_1 > \frac{2}{\text{sen}^2\alpha}$$

Espessura do Dente

$$e = \rho\left\{\frac{\pi}{z} + 2[ev(\alpha) - ev(\delta)]\right\}$$

Sendo

$$\delta = \text{arccos}\,\frac{r_b}{\rho} \quad \text{e} \quad ev(x) = \text{tg}\,x - x$$

Grau de Recobrimento

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2} + \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2} - (r_1 + r_2)\,\text{sen}\,\alpha}{p\cos\alpha}$$

Afastamento de Centro

$$r_1'\cos\alpha' = r_1\cos\alpha$$

$$r_2'\cos\alpha' = r_2\cos\alpha$$

$$C'\cos\alpha' = C\cos\alpha$$

$$p'C = pC'$$

$$r_{b1}' = r_{b1} \mid r_{b2}' = r_{b2}$$

$$r_{a1}' = r_{a1} \mid r_{a2}' = r_{a2}$$

Trens Simples/Compostos

simples ext-ext	simples ext-int	um eixo composto
$\varphi = -\frac{z_1}{z_2}$	$\varphi = \frac{z_1}{z_2}$	$\varphi = \frac{z_1 z_3}{z_2 z_4}$

Trem Epicicloidal

$$\frac{\omega_B - \omega_4}{\omega_B - \omega_1} = \frac{z_1 z_3}{z_2 z_4}$$

Trem Planetário

$$\frac{\omega_B - \omega_3}{\omega_B - \omega_1} = -\frac{z_1}{z_3}$$

Módulos Normalizados

Modulo (mm)	Incremento (mm)
0,3 a 1,0	0,10
1,0 a 4,0	0,25
4,0 a 7,0	0,50
7,0 a 16,0	1,00
16,0 a 24,0	2,00
24,0 a 45,0	3,00
45,0 a 75,0	5,00

Gabarito

Questão 1

Utilizando-se um φ positivo, como sugerido no problema, chegamos a

$$\varphi = \frac{z_1}{z_2} \quad \Rightarrow \quad z_1 = \varphi z_2 \tag{1.1}$$

Substituindo este valor de z_1 na expressão que traduz a condição de não interferência

$$4z_2 + 4 < (2\varphi z_2^2 + \varphi^2 z_2^2)\,\mathrm{sen}^2\alpha = [\varphi(2+\varphi)\,\mathrm{sen}^2\alpha]z_2^2 \tag{1.2}$$

E, verificando-se o valor de A dado na prova, a equação (1.2) se torna

$$4z_2 + 4 < Az_2^2 \tag{1.3}$$

E ficamos, então, com uma simples inequação do segundo grau

$$Az_2^2 - 4z_2 - 4 > 0 \tag{1.4}$$

a ser resolvida e, para esta equação, a fórmula de Bhaskara tem a forma

$$\frac{4 \pm \sqrt{16+16A}}{2A} = \frac{4 \pm 4\sqrt{1+A}}{2A} = \frac{2}{A}(1 \pm \sqrt{1+A}) \tag{1.5}$$

Então, a partir da fórmula de Bhaskara, a inequação (1.4) vai ter a seguinte solução

$$\begin{gathered} z_2 < \tfrac{2}{A}(1-\sqrt{1+A}) \\ \text{ou} \\ z_2 > \tfrac{2}{A}(1+\sqrt{1+A}) \end{gathered} \tag{1.6}$$

Dado que $\sqrt{1+A}$ é maior que um, a primeira solução em (1.6) nos indicaria valores de z_2 negativos , o que é um absurdo, pois se trata da quantidade de dentes de uma engrenagem, tendo necessariamente que ser positiva. Isto nos leva a admitir, como única solução possível

$$z_2 > \frac{2}{A}(1+\sqrt{1+A}) \tag{1.7}$$

Questão 2

Dados iniciais do problema

$$z_1 = 19\,mm \quad z_2 = 36\,mm \quad m = 2.5\,mm \quad \alpha = 20^o$$

Verificação de interferência entre as circunferências de pé e cabeça, considerando $\Delta C = -0,5$ mm. Verificando, então a folga

$$c = 0,25 \cdot m = 0,63\,mm \tag{2.1}$$

Consequentemente, esta aproximação (0,5 mm) sendo menor que a folga, é possível que ela se dê sem que haja interferência da cabeça com o pé.

Com os dados iniciais, deste problema, é imediato obter

$$\begin{array}{lll} r_1 = \frac{mz_1}{2} = 23,75\,mm & r_{a1} = r_1 + m = 26,25\,mm & r_{b1} = r_1\cos\alpha = 22,32\,mm \\ r_2 = \frac{mz_2}{2} = 45,00\,mm & r_{a2} = r_2 + m = 47,50\,mm & r_{b2} = r_2\cos\alpha = 42,29\,mm \\ p = m\pi \;=\; 7,85\,mm & C = r_1 + r_2 \;= 68,75\,mm & C' = C - 0,5 = 68,25\,mm \end{array} \tag{2.2}$$

E então o grau de recobrimento inicial pode ser obtido

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2} + \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2} - C\,\mathrm{sen}\,\alpha}{p\cos\alpha} = 1,62 \tag{2.3}$$

Após a aproximação dos centros, o α' pode ser obtido

$$\alpha' = \arccos\left(\frac{C}{C'}\cos\alpha\right) = 18,81^o \tag{2.4}$$

E também o novo passo circunferencial

$$p' = \frac{C'}{C} p = 7,8\, mm \tag{2.5}$$

Desta forma o novo grau de recobrimento fica

$$\varepsilon' = \frac{\sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2} + \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2} - C' \operatorname{sen} \alpha'}{p' \cos \alpha'} = 1,82 \tag{2.6}$$

E o percentual de aumento no grau de recobrimento será

$$100 \cdot \frac{\varepsilon' - \varepsilon}{\varepsilon} = 12,6\,\% \tag{2.7}$$

<u>Questão 3</u>

Para a parte epicicloidal, embutida no trem, teremos

$$\frac{\omega_B - \omega_6}{\omega_B - \omega_2} = \frac{z_2 z_4}{z_3 z_6} \tag{3.1}$$

O fato de as engrenagens 1 e 2 serem compostas, nos permite substituir w_2 por w_1 na equação (3.1).

$$\frac{\omega_B - \omega_6}{\omega_B - \omega_1} = \frac{z_2 z_4}{z_3 z_6} \tag{3.2}$$

O desenvolvimento desta equação nos leva a

$$\begin{aligned} \omega_B z_3 z_6 - \omega_6 z_3 z_6 &= \omega_B z_2 z_4 - \omega_1 z_2 z_4 \\ \omega_B (z_3 z_6 - z_2 z_4) &= \omega_6 z_3 z_6 - \omega_1 z_2 z_4 \end{aligned} \tag{3.3}$$

Percebendo agora que a relação entre as engrenagens 1 e 7 pode ser dada por

$$\frac{\omega_7}{\omega_1} = \frac{\omega_6}{\omega_1} = -\frac{z_1}{z_7} \quad \Rightarrow \quad \omega_6 = -\omega_1 \frac{z_1}{z_7} \tag{3.4}$$

Substituindo em (3.3)

$$\omega_B (z_3 z_6 - z_2 z_4) = -\omega_1 \frac{z_1}{z_7} z_3 z_6 - \omega_1 z_2 z_4 \tag{3.5}$$

Rearrumando

$$\omega_B (z_2 z_4 - z_3 z_6) = \omega_1 (\frac{z_1}{z_7} z_3 z_6 + z_2 z_4) \tag{3.6}$$

E, finalmente obtemos a relação de transmissão procurada

$$\frac{\omega_B}{\omega_1} = \frac{z_1 z_3 z_6 + z_2 z_4 z_7}{z_7 (z_2 z_4 - z_3 z_6)} \tag{3.7}$$

Aqui, na verdade vemos que o normal é se ter inversão pois o produto $z_2 z_4$ é claramente menor que $z_3 z_6$, fazendo com que o denominador seja negativo, e isto se deve a geometria do problema que impõe uma maior quantidade de dentes na engrenagem 6, por esta ser interna.