

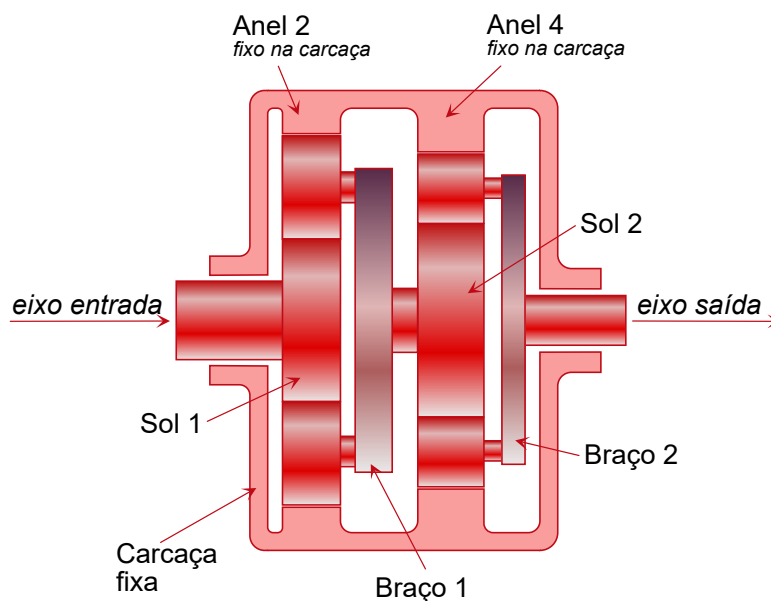
Aluno: _____

1. Sabe-se que, para o dimensionamento de engrenagens, um dos parâmetros consiste em se considerar a robustez no pé do dente (espessura no pé). Deste forma, verifique qual engrenagem teria maior robustez, considerando ângulos de pressão de $14,5^\circ$ e de 20° .

Obs.:

Para resolver este problema, o aluno pode determinar a razão entre as espessuras de pé e efetuar uma análise da relação para um número qualquer de dentes.

2. Em um engrenamento do tipo peão corôa que tem módulo igual a 2 mm , ângulo de pressão igual a 20° , peão com **15** dentes e corôa com **55** dentes, o professor afirma que para uma montagem das engrenagens com uma distância, entre centros, de **71 mm** não haverá interferência. Verifique se esta afirmativa é verdadeira.
3. No sistema planetário, em série, mostrado na figura abaixo, a entrada se faz pelo **sol 1** e a saída pelo **braço 2**, sabendo-se que os dois anéis são fixos, que o **braço 1** é composto com o **sol 2**, que a quantidade de dentes, nos anéis **2** e **4** são de **180** e **152**, respectivamente, e que a relação de transmissão é de exatamente **1 para 50**, determine a quantidade de dentes no **sol 1** e no **sol 2**. Preservando-se a ideia de que não pode haver interferência com $\alpha = 20^\circ$.



Pesos:

Escreva o peso na questão atentando para o fato de que estes devem ser inteiros, não podendo haver peso inferior a 3 ou superior a 4 (caso o aluno coloque pesos em discordância a esta regra, os pesos serão 3, 3 e 4 nesta ordem).

Expressões

$$\left| \begin{array}{l} m = \frac{p}{\pi} \\ d = mz \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} h_a = m \\ h_f = 1,25m \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} d_a = d + 2m \\ d_f = d - 2,5m \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} d_b = d \cos \alpha \\ h = h_f + h_a \end{array} \right|$$

Condição para que não haja interferência

$$\frac{4}{\sin^2 \alpha} (z_2 + 1) < 2z_1 z_2 + z_1^2$$

Interferência, z_2 finito

$$z_1 > \sqrt{z_2^2 + \frac{4}{\sin^2 \alpha} (z_2 + 1)} - z_2$$

Interferência com a Cremalheira

$$z_1 > \frac{2}{\sin^2 \alpha}$$

Espessura do Dente

$$e = \rho \left\{ \frac{\pi}{z} + 2[ev(\alpha) - ev(\delta)] \right\}$$

Sendo

$$\delta = \arccos \frac{r_b}{\rho} \quad \text{e} \quad ev(x) = \operatorname{tg} x - x$$

Grau de Recobrimento

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2} + \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2} - (r_1 + r_2) \sin \alpha}{p \cos \alpha}$$

Afastamento de Centro

$$r'_1 \cos \alpha' = r_1 \cos \alpha$$

$$r'_2 \cos \alpha' = r_2 \cos \alpha$$

$$C' \cos \alpha' = C \cos \alpha$$

$$p'C = pC'$$

$$r'_{b1} = r_{b1} \mid r'_{b2} = r_{b2}$$

$$r'_{a1} = r_{a1} \mid r'_{a2} = r_{a2}$$

Trens Simples/Compostos

simples ext-ext	simples ext-int	um eixo composto
$\varphi = -\frac{z_1}{z_2}$	$\varphi = \frac{z_1}{z_2}$	$\varphi = \frac{z_1 z_3}{z_2 z_4}$

Trem Epicicloidial

$$\frac{\omega_B - \omega_4}{\omega_B - \omega_1} = \frac{z_1 z_3}{z_2 z_4}$$

Trem Planetário

$$\frac{\omega_B - \omega_3}{\omega_B - \omega_1} = -\frac{z_1}{z_3}$$

Módulos Normalizados

Modulo (mm)	Incremento (mm)
0,3 a 1,0	0,10
1,0 a 4,0	0,25
4,0 a 7,0	0,50
7,0 a 16,0	1,00
16,0 a 24,0	2,00
24,0 a 45,0	3,00
45,0 a 75,0	5,00



Gabarito

Questão 1

Notando que sobre a circunferência de base o ângulo δ é nulo, teremos:

$$e_b = r_b \left(\frac{\pi}{z} + 2 \operatorname{ev}(\alpha) \right)$$

O ângulo γ formado por este arco é o mesmo formado pelo arco no pé do dente.

$$\gamma = \frac{e_b}{r_b} = \frac{e_f}{r_f}$$

Então podemos obter $e_f = \frac{e_b}{r_b} r_f$, ou:

$$e_f = r_f \left(\frac{\pi}{z} + 2 \operatorname{ev}(\alpha) \right)$$

Assim, a razão entre os e_f s para 20° e $14,5^\circ$ será:

$$\frac{r_f \left(\frac{\pi}{z} + 2 \operatorname{ev}(20^\circ) \right)}{r_f \left(\frac{\pi}{z} + 2 \operatorname{ev}(14,5^\circ) \right)} = \frac{\pi + 2 z \operatorname{ev}(20^\circ)}{\pi + 2 z \operatorname{ev}(14,5^\circ)}$$

Agora, notando que $\operatorname{ev}(20^\circ) = 0,015$ é maior que $\operatorname{ev}(14,5^\circ) = 0,006$ vamos concluir que a expressão acima, independente do valor de z , sempre será maior que a unidade. Portanto a espessura no pé do dente é maior para um ângulo de pressão de 20° , sendo este mais robusto.

Questão 2

Dados:

$$m = 2 \text{ mm}; \quad \alpha = 20^\circ; \quad z_1 = 15; \quad z_2 = 55; \quad C' = 71 \text{ mm}$$

Verificação inicial à interferência

$$\sqrt{z_2^2 + \frac{4}{\sin^2 \alpha} (1 + z_2)} - z_2 = 15,284$$

E sendo o valor desta expressão maior que z_1 , conclui-se então que haverá interferência na montagem padrão.

Distância original entre centros.

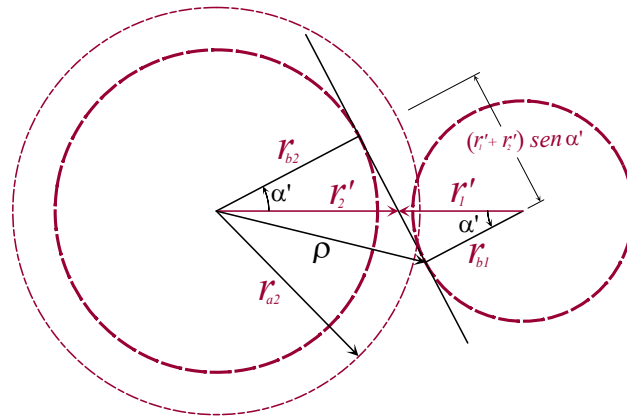
$$C = m \frac{z_1 + z_2}{2} = 70 \text{ mm}$$

Para o cálculo de α' , é sabido que $C' \cos \alpha' = C \cos \alpha$, então:

$$\alpha' = \arccos \left(\frac{C}{C'} \cos \alpha \right) = 0,386 \text{ rad} = 22,11^\circ$$

Para a verificação de interferência, após o afastamento entre centros, tomemos por base a figura abaixo, onde vemos que a ausência de interferência exige que o raio de cabeça da corôa (r_{a2}) seja menor que o comprimento ρ .





Ou seja:

$$r_2 + m < \sqrt{r_{b2}^2 + (C' \sin \alpha')^2}$$

E, sendo:

$$r_2 = m \frac{z_2}{2} = 55 \text{ mm} \quad \text{e} \quad r_{b2} = r_2 \cos \alpha = 51,68 \text{ mm}$$

Vamos obter, numericamente, na expressão anterior:

$$57 \text{ mm} < 58,18 \text{ mm}$$

O fato de esta expressão ser verdadeira, nos assevera que não haverá interferência após o afastamento dos centros.

A propósito, se quiséssemos obter a expressão para o z_1 mínimo, após o afastamento, a relação a ser desenvolvida seria:

$$z_1 > \sqrt{z_2^2 + \frac{4}{\cos^2 \alpha \operatorname{tg}^2 \alpha'} (z_2 + 1)} - z_2$$

Questão 3

Aqui, vamos denominar z_1 para o sol 1, z_3 para o sol 2, $z_2 = 180$ para o anel 2 e $z_4 = 152$ para o anel 4, então para o primeiro trem planetário, considerando $\omega_2 = 0$, teremos:

$$\frac{\omega_{B1}}{\omega_{B1} - \omega_1} = -\frac{z_1}{z_2}$$

Cujos desenvolvimento nos leva a:

$$\omega_{B1} = \frac{z_1}{z_1 + z_2} \omega_1$$

Para o segundo trem planetário, considerando $\omega_4 = 0$, teremos:

$$\frac{\omega_{B2}}{\omega_{B2} - \omega_3} = -\frac{z_3}{z_4}$$

Percebendo, pela figura e também pelo enunciado, que $\omega_3 = \omega_{B1}$, ficamos com:

$$\frac{\omega_{B2}}{\omega_{B2} - \omega_{B1}} = -\frac{z_3}{z_4}$$

Agora, substituindo ω_{B1} pela expressão encontrada acima, teremos:

$$\frac{\omega_{B2}}{\omega_{B2} - \left(\frac{z_1}{z_1 + z_2} \omega_1\right)} = -\frac{z_3}{z_4}$$

Que, com algumas operações se torna em:

$$\frac{\omega_{B2}}{\omega_1} = \frac{z_1 z_3}{(z_1 + z_2)(z_3 + z_4)}$$

E então, pelo enunciado:

$$\frac{z_1 z_3}{(z_1 + z_2)(z_3 + z_4)} = \frac{1}{50}$$

Desta expressão, podemos isolar z_3 , obtendo:

$$z_3 = \frac{z_4(z_1 + z_2)}{49z_1 - z_2}$$

Agora, considerando o enunciado que informa os valores $z_2 = 180$ e $z_4 = 152$, podemos arbitrar valores para z_1 e encontrar valores para z_3 , começando em 18, para evitar interferência, como abaixo.

$$z_1 = 18 \Rightarrow z_3 = 42,872 \rightarrow \text{Não é inteiro}$$

$$z_1 = 19 \Rightarrow z_3 = 40,277 \rightarrow \text{Não é inteiro}$$

$$z_1 = 20 \Rightarrow z_3 = 38 \rightarrow \text{OK}$$

Assim, ficam determinados os valores para $z_1 = 20$ e $z_3 = 38$, que irão satisfazer à relação de transmissão indicada.

Sobre interferência com os planetas, sabemos que a quantidade de dentes do planeta é igual a metade da diferença entre o número de dentes do anel e do sol, logo, para o primeiro trem, temos:

$$z_p = \frac{z_2 - z_1}{2} = 80 \rightarrow \text{sem interferência}$$

E para o segundo trem, temos:

$$z_p = \frac{z_4 - z_3}{2} = 57 \rightarrow \text{sem interferência}$$