

Aluno: _____

1. Considerando-se um trem simples, de forma generalizada com “n” engrenagens no trem, a expressão que dita a relação de transmissão pode ser dada por:

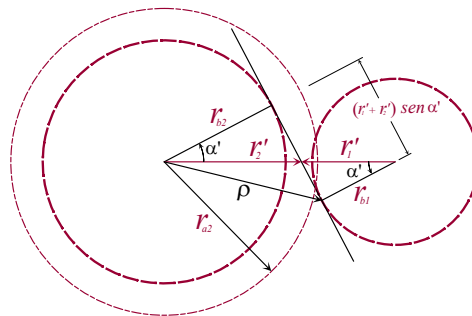
$$\varphi_{1n} = (-1)^{n+1} \cdot \frac{z_1}{z_n}$$

Demonstre esta expressão, utilizando o princípio da indução finita.

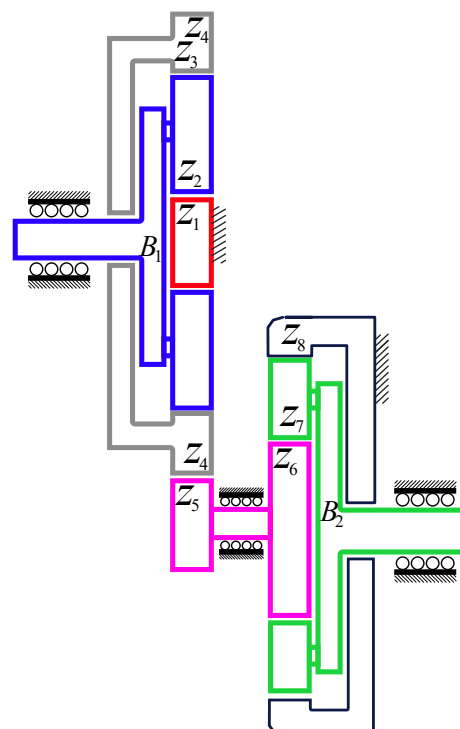
2. Duas engrenagens, em um engrenamento com módulo 2, têm 20° para ângulo de pressão, o peão conta 14 dentes e corôa 76, para não haver interferência, o mecânico optou por uma montagem com uma distância entre centros acima da distância de projeto. Determine a menor distância, entre centros, possível que irá evitar a interferência.

Obs.:

Lembre-se que, neste tipo de problema, após o afastamento o raio da circunferência de cabeça, da corôa, tem que ser menor que $O_2H_1 = \rho$, como indicado na figura.



3. No trem mostrado a entrada se faz pelo braço (B_1), o sol do primeiro planetário (z_1) é fixo, o anel do primeiro planetário (z_3) é composto com a engrenagem externa (z_4) e engrena com a engrenagem (z_5), esta composta com a engrenagem (z_6), o anel do segundo planetário (z_8) é fixo e a saída se dá pelo braço (B_2) do segundo planetário. Determine a relação de transmissão.



Pesos:

Peso 2 à primeira questão e quatro às demais.

Expressões

$$\left| \begin{array}{l} m = \frac{p}{\pi} \\ d = mz \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} h_a = m \\ h_f = 1,25m \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} d_a = d + 2m \\ d_f = d - 2,5m \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} d_b = d \cos \alpha \\ h = h_f + h_a \end{array} \right|$$

Condição para que não haja interferência

$$\frac{4}{\sin^2 \alpha} (z_2 + 1) < 2z_1 z_2 + z_1^2$$

Interferência, z_2 finito

$$z_1 > \sqrt{z_2^2 + \frac{4}{\sin^2 \alpha} (z_2 + 1)} - z_2$$

Interferência com a Cremalheira

$$z_1 > \frac{2}{\sin^2 \alpha}$$

Espessura do Dente

$$e = \rho \left\{ \frac{\pi}{z} + 2[ev(\alpha) - ev(\delta)] \right\}$$

Sendo

$$\delta = \arccos \frac{r_b}{\rho} \quad \text{e} \quad ev(x) = \operatorname{tg} x - x$$

Grau de Recobrimento

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2} + \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2} - (r_1 + r_2) \sin \alpha}{p \cos \alpha}$$

Afastamento de Centro

$$r'_1 \cos \alpha' = r_1 \cos \alpha$$

$$r'_2 \cos \alpha' = r_2 \cos \alpha$$

$$C' \cos \alpha' = C \cos \alpha$$

$$p'C = pC'$$

$$r'_{b1} = r_{b1} \mid r'_{b2} = r_{b2}$$

$$r'_{a1} = r_{a1} \mid r'_{a2} = r_{a2}$$

Trens Simples/Compostos

simples ext-ext	simples ext-int	um eixo composto
$\varphi = -\frac{z_1}{z_2}$	$\varphi = \frac{z_1}{z_2}$	$\varphi = \frac{z_1 z_3}{z_2 z_4}$

Trem Epicicloidal

$$\frac{\omega_B - \omega_4}{\omega_B - \omega_1} = \frac{z_1 z_3}{z_2 z_4}$$

Trem Planetário

$$\frac{\omega_B - \omega_3}{\omega_B - \omega_1} = -\frac{z_1}{z_3}$$

Módulos Normalizados

Modulo (mm)	Incremento (mm)
0,3 a 1,0	0,10
1,0 a 4,0	0,25
4,0 a 7,0	0,50
7,0 a 16,0	1,00
16,0 a 24,0	2,00
24,0 a 45,0	3,00
45,0 a 75,0	5,00



Gabarito

Questão 1

Expressão dada.

$$\varphi_{1n} = (-1)^{n+1} \cdot \frac{z_1}{z_n}$$

Verificando para $n = 3$.

$$\varphi_{13} = (-1)^{3+1} \cdot \frac{z_1}{z_3} = \frac{z_1}{z_3}$$

Tem-se um valor verdadeiro, de acordo com o que foi desenvolvido em sala de aula. Supondo agora que a expressão seja verdadeira para um valor k finito.

$$\varphi_{1k} = (-1)^{k+1} \cdot \frac{z_1}{z_k}$$

Vamos obter, a partir desta, a expressão para $k + 1$.

$$\varphi_{1(k+1)} = \varphi_{1k} \cdot \varphi_{k(k+1)}$$

$$\varphi_{1(k+1)} = \left[(-1)^{k+1} \cdot \frac{z_1}{z_k} \right] \cdot \left[- \frac{z_k}{z_{k+1}} \right]$$

$$\varphi_{1(k+1)} = (-1)^{(k+1)+1} \cdot \frac{z_1}{z_k} \cdot \frac{z_k}{z_{k+1}}$$

$$\varphi_{1(k+1)} = (-1)^{(k+1)+1} \cdot \frac{z_1}{z_{k+1}}$$

E a última equação nos indica então, que se for verdadeiro para k , também o será para $k + 1$, demonstrando assim a expressão inicial pelo método da indução finita.

Questão 2

Pelos dados iniciais do problema, obtemos:

$$r_1 = \frac{m \cdot z_1}{2} = 14 \text{ mm}$$

$$r_2 = \frac{m \cdot z_2}{2} = 76 \text{ mm}$$

$$C = r_1 + r_2 = 90 \text{ mm}$$

$$r_{a2} = r_2 + m = 78 \text{ mm}$$

$$r_{b2} = r_2 \cos \alpha = 71,42 \text{ mm}$$

Pela figura é fácil concluir que, para não haver interferência, devemos ter:

$$r_{a2} < \rho$$

ou seja :

$$r_{a2}^2 < \rho^2$$

$$r_{a2}^2 < r_{b2}^2 + (C' \cdot \sin \alpha')^2$$

$$r_{a2}^2 < r_{b2}^2 + C'^2 \cdot \sin^2 \alpha'$$



$$r_{a2}^2 < r_{b2}^2 + C'^2(1 - \cos^2 \alpha')$$

$$r_{a2}^2 < r_{b2}^2 + C'^2 - (C' \cdot \cos \alpha')^2$$

Pelas expressões no verso da prova, se tem $C' \cdot \cos \alpha' = C \cdot \cos \alpha$, então:

$$r_{a2}^2 - r_{b2}^2 < C'^2 - (C \cdot \cos \alpha)^2$$

E concluímos que para não haver engripamento a distância entre centros deve obedecer à expressão:

$$C' > \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2 + (C \cdot \cos \alpha)^2} = 90,2 \text{ mm}$$

Questão 3

No figura, podemos enxergar três trens, em série, o planetário da esquerda, o planetário da direita e as engrenagens compostas (5 e 6) que os unem, com as seguintes equações:

$$\frac{\omega_{B1} - \omega_3}{\omega_{B1} - \omega_1} = -\frac{z_1}{z_3}; \quad \frac{\omega_5}{\omega_4} = -\frac{z_4}{z_5} \quad \text{e} \quad \frac{\omega_{B2} - \omega_8}{\omega_{B2} - \omega_6} = -\frac{z_6}{z_8} \quad (3.1)$$

Da primeira equação, considerando que ω_1 é nulo, podemos obter ω_3 .

$$\omega_3 = \omega_{B1} \frac{z_1 + z_3}{z_3} \quad (3.2)$$

Para o trem intermediário, temos

$$\frac{\omega_5}{\omega_4} = \frac{\omega_6}{\omega_3} = -\frac{z_4}{z_5} \quad (3.3)$$

Substituindo-se ω_3 , no denominador de (3.3), pelo valor obtido em (3.2), chegamos a

$$\omega_6 = -\omega_{B1} \frac{z_4(z_1 + z_3)}{z_3 z_5} \quad (3.4)$$

Da última equação, em (3.1), considerando-se ω_8 nulo.

$$\omega_6 = \omega_{B2} \frac{z_6 + z_8}{z_6} \quad (3.5)$$

Igualando as equações (3.5) e (3.4), ficamos com

$$\omega_{B2} \frac{z_6 + z_8}{z_6} = -\omega_{B1} \frac{z_4(z_1 + z_3)}{z_3 z_5} \quad (3.6)$$

De onde obtemos, finalmente

$$\frac{\omega_{B2}}{\omega_{B1}} = -\frac{z_4 z_6 (z_1 + z_3)}{z_3 z_5 (z_6 + z_8)} \quad (3.7)$$

