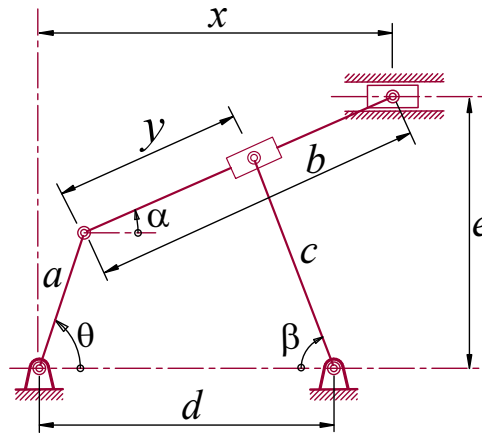


Aluno: _____

1. A cadeia cinemática mostrada tem $(\theta, \alpha, x, y, \beta)$ para coordenadas generalizadas sendo, consequentemente, θ a coordenada principal. Determine a velocidade do pistão que desliza na barra b e verifique qual o valor desta velocidade quando a barra b se torna perpendicular a barra c .



2. Determinada válvula, acionada por um sistema came seguidor, deve permanecer aberta por metade do ciclo, determine a curva (excetuando-se a dupla cicloide e o polinômio 4-5-6-7), que pode ser utilizada para este fim, sem que haja jerk ou perturbação durante todo o ciclo. Determine ainda a altura de elevação considerando que o came gira a 95,5 rpm (10 rad/s) e a aceleração máxima, do seguidor, não deva ultrapassar 800 rad/s².

Obs.

O aluno deve optar pela mesma curva, para elevação e retorno.

3. Em uma engrenagem, já construída, o mecânico conseguiu medir a distância de três dentes, sobre a circunferência primitiva (veja figura), obtendo o valor de 15,7 mm. Sabendo-se que o diâmetro primitivo mede 278 mm, determine o valor do módulo, para esta engrenagem.



Pesos:

Duas com peso 3 e uma com peso 4. Escolha aqui a questão de peso 4: _____. Não preenchendo, será 4, 3 e 3.

MECANISMOS ARTICULADOS

Cadeias Impostas

Deslocamento

$$\begin{cases} f_1(q, s_1, s_2, s_3, \dots, s_n) = 0 \\ f_2(q, s_1, s_2, s_3, \dots, s_n) = 0 \\ \vdots \\ f_n(q, s_1, s_2, s_3, \dots, s_n) = 0 \end{cases}$$

Velocidade

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial s_1} & \frac{\partial f_1}{\partial s_2} & \frac{\partial f_1}{\partial s_3} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial s_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial s_1} & \frac{\partial f_2}{\partial s_2} & \frac{\partial f_2}{\partial s_3} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial s_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial s_1} & \frac{\partial f_n}{\partial s_2} & \frac{\partial f_n}{\partial s_3} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial s_n} \end{bmatrix} \text{ e } \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial q} \\ \frac{\partial f_2}{\partial q} \\ \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial q} \end{bmatrix}$$

$$\dot{\mathbf{S}} = \begin{bmatrix} \dot{s}_1 \\ \dot{s}_2 \\ \vdots \\ \dot{s}_n \end{bmatrix} = \mathbf{K} \dot{q} \text{ sendo } \mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ \vdots \\ k_n \end{bmatrix} = -\mathbf{J}^{-1} \mathbf{F}$$

Operações em Bloco

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \\ k_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} k_3 \\ k_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{33} & a_{34} \\ a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \left(-\begin{bmatrix} f_3 \\ f_4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a_{31} \\ a_{41} \end{bmatrix} \cdot k_1 - \begin{bmatrix} a_{32} \\ a_{42} \end{bmatrix} \cdot k_2 \right)$$

MECANISMO DE CAME

Curvas de Elevação

Harmônica

$$f(\theta) = \frac{h}{2} \left(1 - \cos \frac{\pi}{\beta} \theta \right)$$

Dupla Harmônica

$$f(\theta) = \frac{h}{2} \left[\left(1 - \cos \frac{\pi}{\beta} \theta \right) - \frac{1}{4} \left(1 - \cos \frac{2\pi}{\beta} \theta \right) \right]$$

Cicloide

$$f(\theta) = h \left(\frac{\theta}{\beta} - \frac{1}{2\pi} \sin \frac{2\pi}{\beta} \theta \right)$$

Polinômios - Lei de Formação

A-B

$$f(\theta) = h \left[b \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^a - a \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^b \right]$$

A-B-C

$$f(\theta) = h \left[\frac{bc}{2} \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^a - ac \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^b + \frac{ab}{2} \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^c \right]$$

A-B-C-D

$$f(\theta) = h \left[\frac{bcd}{6} \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^a - \frac{acd}{2} \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^b + \frac{abd}{2} \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^c - \frac{abc}{6} \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^d \right]$$

Transformações Geometria/Tempo

$$\dot{y} = f'(\theta) \dot{\theta}$$

$$\ddot{y} = f''(\theta) \dot{\theta}^2$$

$$\ddot{y} = f'''(\theta) \dot{\theta}^3$$

Seguidores de Mesa

Contato Mesa/Came

$$e = f'(\theta)$$

$$\ell = 1, 1 (f'_{max}(\theta) + \|g'_{min}(\theta)\|)$$

Raio da Circunferência de Base

$$R_o > -[f(\theta) + f''(\theta)]$$

Engripamento

$$f'_{max}(\theta) < \frac{a}{2\mu_m} + \mu_c \frac{a+2b}{2}$$

$$b > \frac{1}{\mu_c} \left[f'_{max}(\theta) - \frac{a}{2} \left(\mu_c + \frac{1}{\mu_m} \right) \right]$$

ENGRENAGENS

Expressões

$$\left| m = \frac{p}{\pi} \right| \left| h_a = m \right| \left| d_a = d + 2m \right| \left| d_b = d \cos \alpha \right|$$

$$\left| d = mz \right| \left| h_f = 1,25m \right| \left| d_f = d - 2,5m \right| \left| h = h_f + h_a \right|$$

Condição para que não haja interferência

$$\frac{4}{\sin^2 \alpha} (z_2 + 1) < 2z_1 z_2 + z_1^2$$

Interferência, z_2 finito

$$z_1 > \sqrt{z_2^2 + \frac{4}{\sin^2 \alpha} (z_2 + 1)} - z_2$$

Espessura do dente

$$e = \rho \left\{ \frac{\pi}{z} + 2[\text{ev}(\alpha) - \text{ev}(\delta)] \right\}$$

Sendo

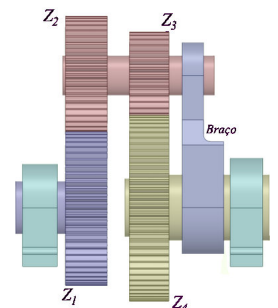
$$\delta = \arccos \frac{r_b}{\rho}$$

Trens Simples/Compostos

simples ext-ext	simples ext-int	um eixo composto
$\varphi = -\frac{z_1}{z_2}$	$\varphi = \frac{z_1}{z_2}$	$\varphi = \frac{z_1 z_3}{z_2 z_4}$

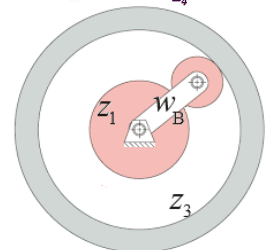
Trem Epicicloidial

$$\frac{\omega_B - \omega_4}{\omega_B - \omega_1} = \frac{z_1 z_3}{z_2 z_4}$$



Trem Planetário

$$\frac{\omega_B - \omega_3}{\omega_B - \omega_1} = -\frac{z_1}{z_3}$$



Gabarito

Questão 1

Para o sistema de coordenadas generalizadas $(\theta, \alpha, x, y, \beta)$ e, considerando a geometria da cadeia cinemática, podemos obter o sistema de equações de restrição.

$$\begin{cases} f_1 = a \sin \theta + b \sin \alpha - e \\ f_2 = x - a \cos \theta - b \cos \alpha \\ f_3 = a \cos \theta + y \cos \alpha + c \cos \beta - d \\ f_3 = a \sin \theta + y \sin \alpha - c \sin \beta \end{cases} \quad (1.1)$$

Que, naturalmente, vai nos fornecer

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} b \cos \alpha & 0 & 0 & 0 \\ b \sin \alpha & 1 & 0 & 0 \\ -y \sin \alpha & 0 & \cos \alpha & -c \sin \beta \\ y \cos \alpha & 0 & \sin \alpha & -c \cos \beta \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

E

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} a \cos \theta \\ a \sin \theta \\ -a \sin \theta \\ a \cos \theta \end{pmatrix} \quad (1.3)$$

Com estas duas equações, podemos montar o sistema

$$\begin{bmatrix} b \cos \alpha & 0 & 0 & 0 \\ b \sin \alpha & 1 & 0 & 0 \\ -y \sin \alpha & 0 & \cos \alpha & -c \sin \beta \\ y \cos \alpha & 0 & \sin \alpha & c \cos \beta \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} k_\alpha \\ k_x \\ k_y \\ k_\beta \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} a \cos \theta \\ a \sin \theta \\ -a \sin \theta \\ a \cos \theta \end{pmatrix} \quad (1.4)$$

Que pode ser resolvido pela teoria da divisão de matrizes em bloco em

$$\begin{bmatrix} b \cos \alpha & 0 \\ b \sin \alpha & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} k_\alpha \\ k_x \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} a \cos \theta \\ a \sin \theta \end{pmatrix} \quad (1.5)$$

E

$$\begin{pmatrix} -y \sin \alpha \\ y \cos \alpha \end{pmatrix} \cdot k_\alpha + \begin{bmatrix} \cos \alpha & -c \sin \beta \\ \sin \alpha & -c \cos \beta \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} k_y \\ k_\beta \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} -a \sin \theta \\ a \cos \theta \end{pmatrix} \quad (1.6)$$

Invertendo a matriz quadrada na equações (1.5) vamos obter facilmente k_α e k_x

$$k_\alpha = \frac{a \cos \theta}{b \cos \alpha} \quad \text{e} \quad k_x = \frac{a \sin(\alpha - \theta)}{b \cos \alpha} \quad (1.7)$$

Da mesma forma, invertendo a matriz quadrada na equações (1.6) teremos k_y

$$k_y = a \frac{\sin(\theta + \beta)}{\cos(\alpha + \beta)} \quad (1.8)$$

Consequentemente

$$\dot{y} = a \dot{\theta} \frac{\sin(\theta + \beta)}{\cos(\alpha + \beta)} \quad (1.9)$$

Na figura é fácil ver que quando a barra b se torna perpendicular a barra c , a soma dos ângulos α e β fica igual a noventa graus, então a velocidade do pistão, tendo $\cos(\alpha + \beta)$ no seu denominador, vai para infinito.



Questão 2

Pelo enunciado, fica claro que $\beta_1 + \beta_2 = 180^\circ$, também, através de uma análise nas acelerações, vamos perceber que a única curva que pode ser composta, com ela mesma, sem que haja jerk ou perturbação, ao final da elevação, é a dupla harmônica. E, claro, por ser a mesma curva para elevação e repouso, a ausência de jerk impõe que β_1 seja igual a β_2 , então teremos a nossa primeira equação.

$$\beta_1 = \beta_2 = \frac{\pi}{2} \quad (2.1)$$

Da expressão

$$\ddot{y} = f''(\theta)\dot{\theta}^2$$

Obtemos

$$f''_{max} = \frac{\ddot{y}}{\dot{\theta}^2} = \frac{800}{100} = 8 \text{ mm} \quad (2.2)$$

No caso da dupla harmônica, sabemos que a aceleração máxima é negativa, portanto

$$f''_{max} = -8 \text{ mm}$$

Sabemos, também, que no caso da dupla harmônica a aceleração máxima ocorre em β , assim a expressão da aceleração, em β , fica igual a -8 mm.

$$\frac{\pi^2 \cdot h}{2 \cdot \beta^2} \left(\cos \frac{\pi}{\beta} \beta - \cos \frac{2\pi}{\beta} \beta \right) = -8 \quad (2.3)$$

De onde se conclui que

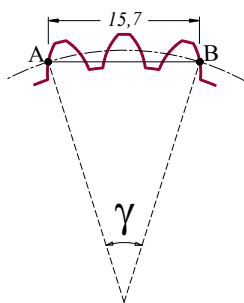
$$\frac{\pi^2 \cdot h}{\beta^2} = 8 \quad (2.4)$$

Ou seja

$$h = 8 \frac{\beta^2}{\pi^2} = 8 \frac{(\frac{\pi}{2})^2}{\pi^2} = \frac{8}{4} = 2 \text{ mm} \quad (2.5)$$

Questão 3

Foi dado o comprimento do raio primitivo (139 mm) e a corda envolvendo três dentes $AB = 15,7 \text{ mm}$.



Vendo que o comprimento de arco, sobre a circunferência primitiva, que envolve 3 dentes, é duas vezes e meia o tamanho do passo, teremos

$$\begin{aligned} \overline{AB} &= 2 \cdot r \cdot \sin \frac{\gamma}{2} \\ &= 2 \cdot r \cdot \sin \frac{2,5 \frac{p}{r}}{2} \\ &= 2 \cdot r \cdot \sin \left(2,5 \frac{m \cdot \pi}{2 \cdot r} \right) \end{aligned}$$

Então:

$$m = \frac{2 \cdot r}{2,5 \cdot \pi} \arcsen \left(\frac{\overline{AB}}{2 \cdot r} \right) = 2 \text{ mm}$$

