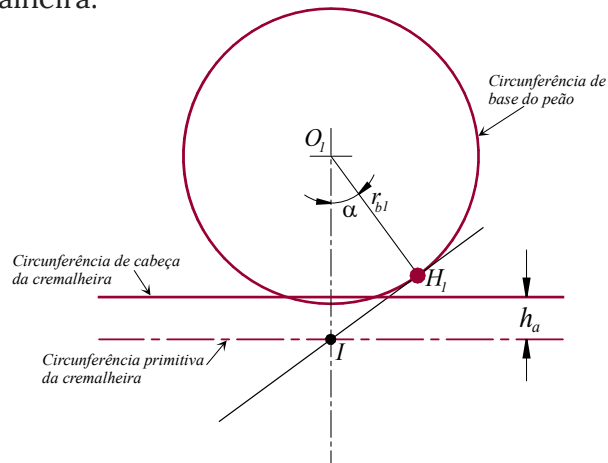


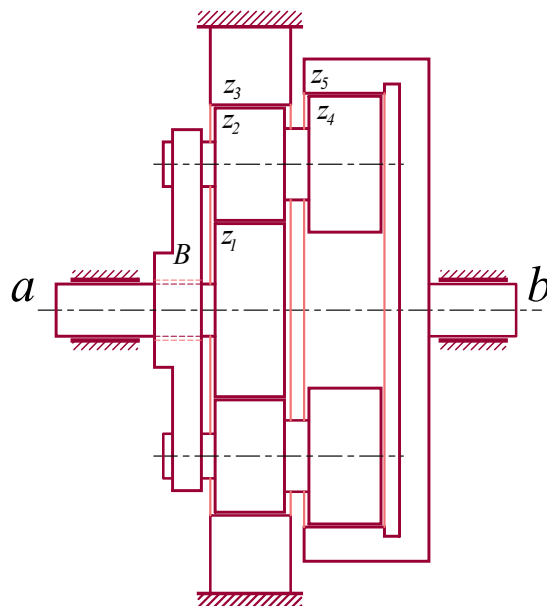
Aluno: _____

1. Já sabemos, considerando-se um par peão cremalheira, que a expressão $z_1 > \frac{2}{\sin^2 \alpha}$ garante que não vai haver interferência, demonstre isto, a partir da cinemática do engrenamento para peão cremalheira, esboço abaixo, sem utilizar o fato de a quantidade de dentes da coroa ir para infinito, quando esta se transforma em uma cremalheira.



OBS. Lembre-se que para não haver interferência, a circunferência de cabeça da cremalheira tem que passar abaixo do ponto H_1 .

2. Para um engrenamento peão coroa do tipo externo externo, ângulo de pressão de 20° e com uma relação de transmissão unitária, determine a quantidade mínima de dentes que irá garantir a não interferência.
3. No trem, mostrado abaixo, a entrada se faz pelo eixo **a**, que está associado à engrenagem **1** e a saída se faz pelo eixo **b**, que está associado ao anel **5**. Sabendo-se que o anel **3** é fixo e que as engrenagens **2** e **4** (planetas) são compostas, determine o valor do trem e verifique numericamente para $z_1 = 25$, $z_2 = 20$, $z_3 = 65$, $z_4 = 23$ e $z_5 = 75$.



Pesos:

A primeira e segunda questão têm peso 3 e a terceira questão tem peso 4.

Expressões

$$\left| \begin{array}{l} m = \frac{p}{\pi} \\ d = mz \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} h_a = m \\ h_f = 1,25m \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} d_a = d + 2m \\ d_f = d - 2,5m \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} d_b = d \cos \alpha \\ h = h_f + h_a \end{array} \right|$$

Condição para que não haja interferência

$$\frac{4}{\sin^2 \alpha} (z_2 + 1) < 2z_1 z_2 + z_1^2$$

Interferência, z_2 finito

$$z_1 > \sqrt{z_2^2 + \frac{4}{\sin^2 \alpha} (z_2 + 1)} - z_2$$

Interferência com a Cremalheira

$$z_1 > \frac{2}{\sin^2 \alpha}$$

Espessura do Dente

$$e = \rho \left\{ \frac{\pi}{z} + 2[ev(\alpha) - ev(\delta)] \right\}$$

Sendo

$$\delta = \arccos \frac{r_b}{\rho} \quad \text{e} \quad ev(x) = \operatorname{tg} x - x$$

Grau de Recobrimento

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2} + \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2} - (r_1 + r_2) \sin \alpha}{p \cos \alpha}$$

Afastamento de Centro

$$r'_1 \cos \alpha' = r_1 \cos \alpha$$

$$r'_2 \cos \alpha' = r_2 \cos \alpha$$

$$C' \cos \alpha' = C \cos \alpha$$

$$p'C = pC'$$

$$r'_{b1} = r_{b1} \mid r'_{b2} = r_{b2}$$

$$r'_{a1} = r_{a1} \mid r'_{a2} = r_{a2}$$

Trens Simples/Compostos

simples ext-ext	simples ext-int	um eixo composto
$\varphi = -\frac{z_1}{z_2}$	$\varphi = \frac{z_1}{z_2}$	$\varphi = \frac{z_1 z_3}{z_2 z_4}$

Trem Epicicloidal

$$\frac{\omega_B - \omega_4}{\omega_B - \omega_1} = \frac{z_1 z_3}{z_2 z_4}$$

Trem Planetário

$$\frac{\omega_B - \omega_3}{\omega_B - \omega_1} = -\frac{z_1}{z_3}$$

Módulos Normalizados

Modulo (mm)	Incremento (mm)
0,3 a 1,0	0,10
1,0 a 4,0	0,25
4,0 a 7,0	0,50
7,0 a 16,0	1,00
16,0 a 24,0	2,00
24,0 a 45,0	3,00
45,0 a 75,0	5,00



Gabarito

Questão 1

Para que a circunferência de cabeça da cremalheira passe abaixo do ponto H_1 , a figura nos deixa enxergar claramente

$$r_1 - h_a > r_{b1} \cos \alpha \quad (1.1)$$

E podemos ter a sequência de desenvolvimento abaixo.

$$\begin{aligned} r_1 - h_a &> r_1 \cos \alpha \cdot \cos \alpha \\ \frac{mz_1}{2} - m &> \frac{mz_1}{2} \cos^2 \alpha \\ z_1 - 2 &> z_1 \cos^2 \alpha \\ z_1(1 - \cos^2 \alpha) &> 2 \end{aligned} \quad (1.2)$$

Cuja última linha nos remeta a

$$z_1 > \frac{2}{\sin^2 \alpha} \quad (1.3)$$

Questão 2

Neste caso - relação de transmissão unitária - a quantidade de dentes do peão é igual a da coroa e a expressão que determina o limite da interferência se torna

$$z > \sqrt{z^2 + \frac{4}{\sin^2 \alpha} (z + 1)} - z \quad (2.1)$$

Desenvolvendo a inequação 2.1, em z , vamos obter

$$3z^2 \sin^2 \alpha - 4z - 4 > 0 \quad (2.2)$$

Cuja solução, já considerando $\alpha = 20^\circ$, é

$$z < \frac{2 - 2\sqrt{1 + 3\sin^2 \alpha}}{3\sin^2 \alpha} = -0,93 \quad \text{ou} \quad z > \frac{2 + 2\sqrt{1 + 3\sin^2 \alpha}}{3\sin^2 \alpha} = 12,32 \quad (2.3)$$

Como a quantidade de dentes tem que ser positiva e inteira, concluímos que a quantidade mínima de dentes, para este caso, que vai garantir a não interferência será **13 dentes**.

Questão 3

Trem envolvendo o sol (1), o planeta (2), o anel (3) e o braço.

$$\frac{\omega_B - \omega_3}{\omega_B - \omega_1} = \frac{\omega_B}{\omega_B - \omega_1} = -\frac{z_1}{z_3}$$

$$\omega_B z_3 = \omega_1 z_1 - \omega_B z_1$$

$$\omega_B(z_1 + z_3) = \omega_1 z_1$$

$$\omega_B = \frac{z_1}{z_1 + z_3} \omega_1$$

Igualando os dois últimos valores

$$\frac{z_1}{z_1 + z_3} \omega_1 = \frac{z_2 z_5}{z_2 z_5 - z_3 z_4} \omega_5 \quad (3.1)$$

Agora, de (3.1) podemos obter o valor do trem $\eta = \omega_1 / \omega_5$.

$$\frac{\omega_1}{\omega_5} = \frac{z_2 z_5 (z_1 + z_3)}{z_1 (z_2 z_5 - z_3 z_4)} = \frac{1 + \frac{z_3}{z_1}}{1 - \frac{z_3 z_4}{z_2 z_5}} \quad (3.2)$$

Substituindo na equação 3.2 os valores $z_1 = 25$, $z_2 = 20$, $z_3 = 65$, $z_4 = 23$, e $z_5 = 75$, vamos obter

$$\eta = \frac{1 + \frac{65}{25}}{1 - \frac{65 \cdot 23}{20 \cdot 75}} = 1080 \quad (3.3)$$

