

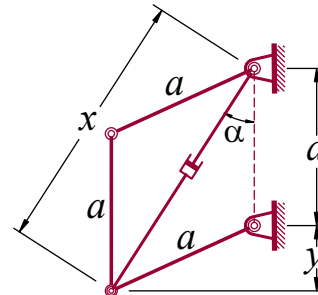
Aluno: _____

1. Na Figura, temos em (a) o detalhe da suspensão “duplo A”, normalmente utilizada em veículos com tração traseira, e em (b) um esquema didático simplificado para efeito de análise, tendo o valor a , constante, para as suas barras e as variáveis x , para comprimento do amortecedor e y que, juntamente com α , serão utilizadas como coordenadas generalizadas da seguinte forma (y, x, α) . Determine os deslocamentos e velocidades e mostre que quando a variável principal se tornar nula a velocidade relativa entre as hastes do amortecedor será

$$\dot{x} = \frac{\sqrt{2}}{2} \dot{y}$$



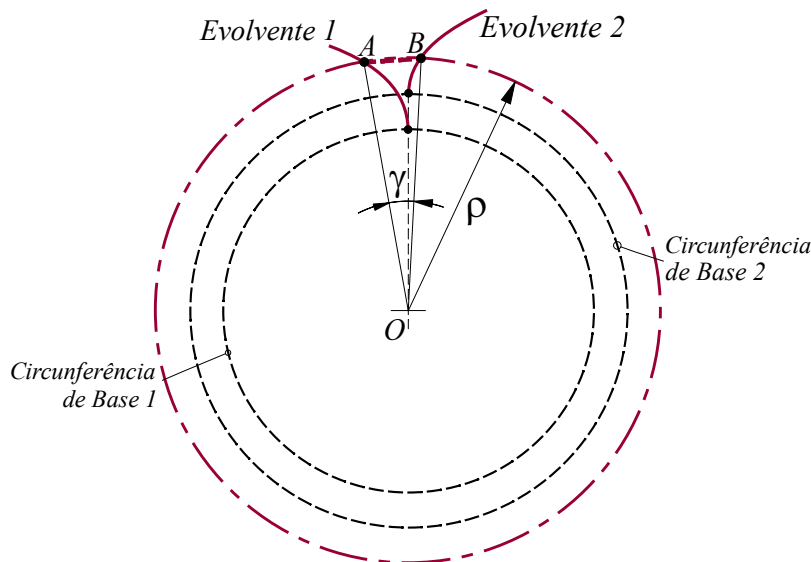
(a)



(b)

2. Na figura, são mostradas duas evolventes construídas em circunferências de base concêntricas, mas de raios diferentes. Mostre que a magnitude do segmento $\overline{AB}$, sendo os pontos A e B a intersecção das evolventes com a circunferência de raio ρ , pode ser dada por

$$\overline{AB} = \rho \sqrt{2(1 - \cos \gamma)}$$



3. Em determinada montagem, com peão e coroa externos afastada, verificou-se que a folga do dente tem o mesmo valor da altura de pé, sabendo-se que a altura do dente é 6,75 mm, e que a montagem correta teria uma distância entre centros (C) de 60 mm, determine o valor do novo ângulo de pressão (α') e da distância entre centros (C') nesta montagem.

Pesos:

4,0 para a primeira e 3,0 para as demais.

MECANISMOS ARTICULADOS

Cadeias Impostas

Deslocamento

$$\begin{cases} f_1(q, s_1, s_2, s_3, \dots, s_n) = 0 \\ f_2(q, s_1, s_2, s_3, \dots, s_n) = 0 \\ \vdots \\ f_n(q, s_1, s_2, s_3, \dots, s_n) = 0 \end{cases}$$

Velocidade

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial s_1} & \frac{\partial f_1}{\partial s_2} & \frac{\partial f_1}{\partial s_3} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial s_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial s_1} & \frac{\partial f_2}{\partial s_2} & \frac{\partial f_2}{\partial s_3} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial s_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial s_1} & \frac{\partial f_n}{\partial s_2} & \frac{\partial f_n}{\partial s_3} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial s_n} \end{bmatrix} \text{ e } \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial q} \\ \frac{\partial f_2}{\partial q} \\ \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial q} \end{bmatrix}$$

$$\dot{\mathbf{S}} = \begin{bmatrix} \dot{s}_1 \\ \dot{s}_2 \\ \vdots \\ \dot{s}_n \end{bmatrix} = \mathbf{K} \dot{q} \text{ sendo } \mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ \vdots \\ k_n \end{bmatrix} = -\mathbf{J}^{-1} \mathbf{F}$$

Operações em Bloco

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \\ k_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} k_3 \\ k_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{33} & a_{34} \\ a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \left(\begin{bmatrix} f_3 \\ f_4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a_{31} \\ a_{41} \end{bmatrix} \cdot k_1 - \begin{bmatrix} a_{32} \\ a_{42} \end{bmatrix} \cdot k_2 \right)$$

MECANISMO DE CAME

Curvas de Elevação

Harmônica

$$f(\theta) = \frac{h}{2} \left(1 - \cos \frac{\pi}{\beta} \theta \right)$$

Dupla Harmônica

$$f(\theta) = \frac{h}{2} \left[\left(1 - \cos \frac{\pi}{\beta} \theta \right) - \frac{1}{4} \left(1 - \cos \frac{2\pi}{\beta} \theta \right) \right]$$

Cicloide

$$f(\theta) = h \left(\frac{\theta}{\beta} - \frac{1}{2\pi} \sin \frac{2\pi}{\beta} \theta \right)$$

Polinômios - Lei de Formação

A-B

$$f(\theta) = h \left[b \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^a - a \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^b \right]$$

A-B-C

$$f(\theta) = h \left[\frac{bc}{2} \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^a - ac \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^b + \frac{ab}{2} \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^c \right]$$

A-B-C-D

$$f(\theta) = h \left[\frac{bcd}{6} \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^a - \frac{acd}{2} \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^b + \frac{abd}{2} \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^c - \frac{abc}{6} \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^d \right]$$

Transformações Geometria/Tempo

$$\dot{y} = f'(\theta) \dot{\theta}$$

$$\ddot{y} = f''(\theta) \dot{\theta}^2$$

$$\ddot{\ddot{y}} = f'''(\theta) \dot{\theta}^3$$

Seguidores de Mesa

Contato Mesa/Came

$$e = f'(\theta)$$

$$\ell = 1, 1 (f'_{max}(\theta) + \|g'_{min}(\theta)\|)$$

Raio da Circunferência de Base

$$R_o > -[f(\theta) + f''(\theta)]$$

Engripamento

$$f'_{max}(\theta) < \frac{a}{2\mu_m} + \mu_c \frac{a+2b}{2}$$

$$b > \frac{1}{\mu_c} \left[f'_{max}(\theta) - \frac{a}{2} \left(\mu_c + \frac{1}{\mu_m} \right) \right]$$

ENGRENAGENS

Expressões

$$\left| m = \frac{p}{\pi} \right| \left| h_a = m \right| \left| d_a = d + 2m \right| \left| d_b = d \cos \alpha \right|$$

$$\left| d = mz \right| \left| h_f = 1,25m \right| \left| d_f = d - 2,5m \right| \left| h = h_f + h_a \right|$$

Condição para que não haja interferência

$$\frac{4}{\sin^2 \alpha} (z_2 + 1) < 2z_1 z_2 + z_1^2$$

Interferência, z_2 finito

$$z_1 > \sqrt{z_2^2 + \frac{4}{\sin^2 \alpha} (z_2 + 1)} - z_2$$

Espessura do dente

$$e = \rho \left\{ \frac{\pi}{z} + 2[\text{ev}(\alpha) - \text{ev}(\delta)] \right\}$$

Sendo

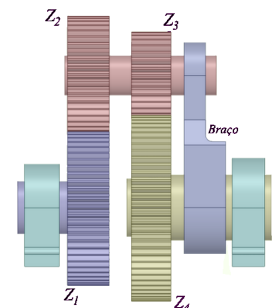
$$\delta = \arccos \frac{r_b}{\rho}$$

Trens Simples/Compostos

simples ext-ext	simples ext-int	um eixo composto
$\varphi = -\frac{z_1}{z_2}$	$\varphi = \frac{z_1}{z_2}$	$\varphi = \frac{z_{1,23}}{z_{2,24}}$

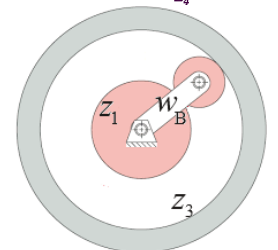
Trem Epicicloidial

$$\frac{\omega_B - \omega_4}{\omega_B - \omega_1} = \frac{z_1 z_3}{z_2 z_4}$$



Trem Planetário

$$\frac{\omega_B - \omega_3}{\omega_B - \omega_1} = -\frac{z_1}{z_3}$$



Gabarito

Questão 1

Considerando, o sistema (y, x, α) , para coordenadas generalizadas, sendo y , portanto, a coordenada principal, temos

$$\begin{cases} a \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2\alpha\right) = y \\ x \cos \alpha = a + y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \cos 2\alpha - y = 0 \\ x \cos \alpha - y - a = 0 \end{cases} \quad (1.1)$$

Resolvendo o sistema de equações de restrição dado em 1.1

$$\alpha = \frac{1}{2} \arccos\left(\frac{y}{a}\right) \quad \text{e} \quad x = \frac{a+y}{\cos \alpha} \quad (1.2)$$

Agora, montando o Jacobiano e matriz $\mathbf{F}$, a partir das equações em 1.1

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} 0 & -2a \sin 2\alpha \\ \cos \alpha & -x \sin \alpha \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

Aplicando nas expressões para se obter k_x e k_α ficamos com

$$\begin{Bmatrix} k_x \\ k_\alpha \end{Bmatrix} = \frac{1}{2a \sin 2\alpha \cos \alpha} \begin{bmatrix} -x \sin \alpha & 2a \sin 2\alpha \\ -\cos \alpha & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (1.4)$$

Então

$$k_x = \frac{4a \sin \alpha - x \operatorname{tg} \alpha}{2a \sin 2\alpha} \quad (1.5)$$

Considerando que quando y for igual a zero, o ângulo α será de 45° , consequentemente $\sin \alpha = \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\operatorname{tg} \alpha = 1$ e, para a diagonal, teremos $x = a\sqrt{2}$, ficando 1.5 na seguinte forma

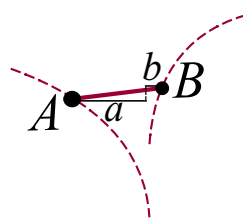
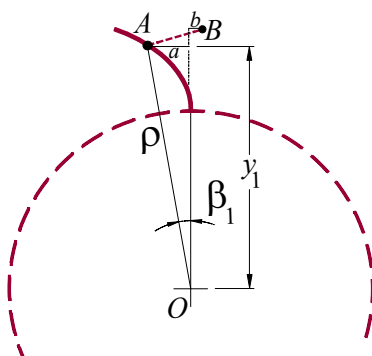
$$k_x = \frac{4a \frac{\sqrt{2}}{2} - a\sqrt{2}}{2a} = 2 \frac{2\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (1.6)$$

Computando a velocidade, a partir deste k_x final

$$\dot{x} = \frac{\sqrt{2}}{2} \dot{y} \quad (1.7)$$

Questão 2

Analisando o trecho em que se situa a evolvente número um, podemos distinguir, na figura.



$$a = \rho \sin \beta_1$$

$$y_1 = \rho \cos \beta_1$$

Da mesma forma, este desenvolvimento no trecho da direita, evolvente 2, irá fornecer

$$b = \rho \sin \beta_2$$

$$y_2 = \rho \cos \beta_2$$

Isto nos leva ao valor do segmento $\overline{AB}$, como sendo

$$\begin{aligned} \overline{AB} &= \sqrt{(a+b)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ &= \rho \sqrt{(\sin \beta_1 + \sin \beta_2)^2 + (\cos \beta_2 - \cos \beta_1)^2} \\ &= \rho \sqrt{1 + 1 - 2 \cos(\beta_1 + \beta_2)} \\ &= \rho \sqrt{2(1 - \cos \gamma)} \end{aligned}$$



Questão 3

Sendo x o valor do afastamento e sendo c (minúsculo) a folga real do dente, sendo ainda c' (minúsculo) a folga após o afastamento, de acordo com o enunciado, se tem $c' = c + x = h_f$, ou seja

$$0,25m + x = 1,25m \quad (3.1)$$

Consequentemente

$$x = m \quad (3.2)$$

Também, pelo enunciado, a altura do dente é de $6,75 \text{ mm}$, então

$$2,25m = 6,75 \Rightarrow m = 3 \text{ mm} \quad (3.3)$$

Então, para as distâncias, entre centros, afastada e normal, se tem

$$\begin{aligned} C' - C &= 3 \\ C' &= 3 + C = 3 + 60 \end{aligned} \quad (3.4)$$

$$C' = 63 \text{ mm}$$

Como $C' \cos \alpha' = C \cos \alpha$, vem

$$\cos \alpha' = \frac{C}{C'} \cos \alpha = \frac{60}{63} \cos 20^\circ \quad (3.5)$$

Então

$$\alpha' = \arccos \left(\frac{60}{63} \cos 20^\circ \right) = 26,5^\circ = 0,46 \text{ rad} \quad (3.6)$$

