Mecanismos - 2ª Avaliação

Nota:

Aluno: ____________________

1. No projeto de um sistema came seguidor de mesa, o came deverá ter simetria (significa dizer que a curva de retorno tem que ser a mesma da elevação e os ângulos de elevação e retorno têm que ser iguais), o projetista pode escolher a ***dupla harmônica*** ou um polinômio do tipo **A-B** e é exigido um diagrama do tipo **E-R-R**$_i$. Sabendo-se que a razão entre o raio da circunferência de base pela altura de elevação é 3 e que o repouso deve ser o menor possível, determine a expressão para o diagrama de deslocamento completo, com o devido valor de β, considerando uma altura ***h*** qualquer.

   Para economizar tempo, as acelerações, da dupla harmônica, do polinômio 3-4 e do polinômio 4-5, são dadas abaixo.

   Dupla Harmônica

   $$f''(\theta) = \frac{h\pi^2}{2\beta^2}\left[\cos\left(\frac{\pi}{\beta}\theta\right) - \cos\left(\frac{2\pi}{\beta}\theta\right)\right]$$

   Polinômio 3-4

   $$f''(\theta) = \frac{12h}{\beta^2}\left[2\frac{\theta}{\beta} - 3\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^2\right]$$

   Polinômio 4-5

   $$f''(\theta) = \frac{20h}{\beta^2}\left[3\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^2 - 4\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^3\right]$$

2. Em um mecanismo came seguidor, cujos parâmetros de mancal são a = 5 mm, b = 10 mm e μ = 0,05, mostre que quando a força **P**, aplicada pelo came no centro do rolete, for igual a 4 vezes força **Q**, aplicada verticalmente no seguidor, o ângulo de pressão, em radianos, estará próximo da unidade.

   OBS.

   Em um Diagrama de Corpo Livre para o seguidor, se sabe que as forças envolvidas seguem a expressão:

   $$\mathbf{P} = \frac{\mathbf{Q}}{\cos\varphi - \mu\frac{a+2b}{a}\operatorname{sen}\varphi}$$

Pesos:

A primeira questão tem peso 5, a segunda tem peso 5.

Curvas de Elevação

Harmônica

$$f(\theta) = \frac{h}{2}\left(1 - \cos\frac{\pi}{\beta}\theta\right)$$

Dupla Harmônica

$$f(\theta) = \frac{h}{2}\left[(1 - cos\frac{\pi}{\beta}\theta) - \frac{1}{4}(1 - cos\frac{2\pi}{\beta}\theta)\right]$$

Cicloide

$$f(\theta) = h\left(\frac{\theta}{\beta} - \frac{1}{2\pi}\,\text{sen}\,\frac{2\pi}{\beta}\theta\right)$$

Polinômios - Lei de Formação

A-B

$$f(\theta) = h\left[b\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^a - a\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^b\right]$$

A-B-C

$$f(\theta) = h\left[\frac{bc}{2}\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^a - ac\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^b + \frac{ab}{2}\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^c\right]$$

A-B-C-D

$$f(\theta) = h\left[\frac{bcd}{6}\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^a - \frac{acd}{2}\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^b + \frac{abd}{2}\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^c - \frac{abc}{6}\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^d\right]$$

Transformações Geometria/Tempo

$$\dot{y} = f'(\theta)\,\dot{\theta}$$

$$\ddot{y} = f''(\theta)\,\dot{\theta}^2$$

$$\dddot{y} = f'''(\theta)\,\dot{\theta}^3$$

Ângulos de Pressão

Expressão Geral

$$\text{tg}\,\varphi = \frac{f'(\theta)}{f(\theta) + R_p}$$

Ângulo Máximo

$$\text{tg}\,\hat{\varphi} = \frac{f'(\theta_o)}{f(\theta_o) + R_p}$$

Engripamento do Seguidor

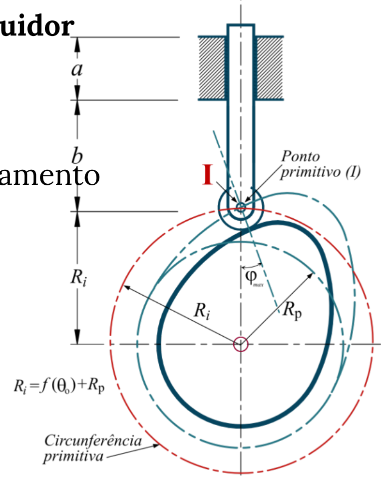
Ângulo limite

$$\text{tg}\,\varphi_e = \frac{a}{\mu(a+2b)}$$

Para não haver engripamento

$$\text{tg}\,\hat{\varphi} < \frac{a}{\mu(a+2b)}$$

$$b < \frac{a}{2}\left(\frac{1}{\text{tg}\,\hat{\varphi}} - 1\right)$$



Raio Primitivo

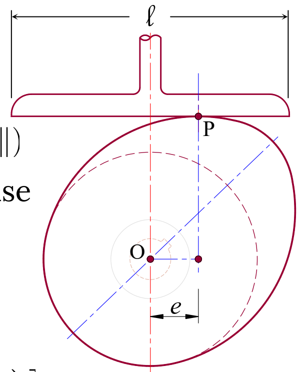
$$R_i = R_p + f(\theta_o)$$

Seguidores de Mesa

Contato Mesa/Came

$$e = f'(\theta)$$

$$\ell = 1,1\,(f'_{max}(\theta) + \|g'_{min}(\theta)\|)$$



Raio da Circunferência de Base

$$R_o > -[f(\theta) + f''(\theta)]$$

Engripamento

$$f'_{max}(\theta) < \frac{a}{2\mu_m} + \mu_c\frac{a+2b}{2}$$

$$b > \frac{1}{\mu_c}\left[f'_{max}(\theta) - \frac{a}{2}\left(\mu_c + \frac{1}{\mu_m}\right)\right]$$

Curva	θ_o	K	$\frac{R_p}{h}$
Harmônica	$\frac{\beta}{\pi}\text{arccos}\,\frac{1}{K}$	$\sqrt{1+\left(\frac{\pi}{\beta\,\text{tg}\,\hat{\varphi}}\right)^2}$	$\frac{K-1}{2}$
Cicloide	$\frac{\beta}{\pi}\text{arctg}\,\frac{2\pi}{\beta\,\text{tg}\,\hat{\varphi}}$	$\frac{2\pi}{\beta\,\text{tg}\,\hat{\varphi}}$	$\frac{1}{\pi}(K - \text{arctg}\,K)$
Dupla Harmônica	$\frac{2\beta}{\pi}\text{arctg}\left(\frac{\beta}{\pi}(K-1)\text{tg}\,\hat{\varphi}\right)$	$\sqrt{1+3\left(\frac{\pi}{\beta\,\text{tg}\,\hat{\varphi}}\right)^2}$	$\frac{3(K-1)^2}{8K-4}$
Dupla Cicloide	$\frac{\beta}{2\pi}\text{arccos}\left(1-\frac{2}{K^2}\right)$	$\sqrt{1+16\left(\frac{\pi}{\beta\,\text{tg}\,\hat{\varphi}}\right)^2}$	$\frac{1}{2\pi}\left[\frac{K^4-8K^2-18K^{-2}+26}{3\sqrt{K^2-1}} - \text{arccos}\left(1-\frac{2}{K^2}\right)\right]$
Polinômio 3-4-5	$\frac{\beta}{2}(1+K)$	$\frac{4}{\beta\,\text{tg}\,\hat{\varphi}} + \sqrt{1+\left(\frac{4}{\beta\,\text{tg}\,\hat{\varphi}}\right)^2}$	$\frac{(K+1)^3(3K^3-9K^2+13K-15)}{4K}$
Polinômio 4-5-6	$\frac{\beta}{2}(1+K)$	$\frac{5}{\beta\,\text{tg}\,\hat{\varphi}} + \sqrt{1+\left(\frac{5}{\beta\,\text{tg}\,\hat{\varphi}}\right)^2} - \frac{2}{\beta\,\text{tg}\,\hat{\varphi}}$	$\frac{(K+1)^4(5K^3-15K^2+21K-19)}{32(K-1)}$
Polinômio 3-4-5-6	$\frac{\beta}{2}(1+K)$	$\frac{5}{\beta\,\text{tg}\,\hat{\varphi}} - \sqrt{1+\left(\frac{5}{\beta\,\text{tg}\,\hat{\varphi}}\right)^2} + \frac{2}{\beta\,\text{tg}\,\hat{\varphi}}$	$-\frac{(K+1)^3(5K^4-20K^3+36K^2-48K+51)}{32(5K+1)}$
Polinômio 4-5-6-7	$\frac{\beta}{2}(1+K)$	$\frac{6}{\beta\,\text{tg}\,\hat{\varphi}}\sqrt{1+\left(\frac{6}{\beta\,\text{tg}\,\hat{\varphi}}\right)^2}$	$-\frac{(K+1)^4(5K^4-20K^3+36K^2-44K+35)}{192K}$

Gabarito

Questão 1

Como o problema exige que o β do repouso seja o menor possível, devemos escolher a função que tenha o maior ângulo de elevação/retorno. Notando que para todas as curvas dadas o ângulo crítico ocorre em β, o menor raio de base, para os três casos, será:

$$R_o = -[f(\beta) + f''(\beta)] \tag{1.1}$$

Então, para a Dupla Harmônica

$$R_o = -[h + (-\frac{h\pi^2}{\beta^2})] \quad \Rightarrow \quad \frac{R_o}{h} = 3 = -1 + \frac{\pi^2}{\beta^2}] \quad \Rightarrow \quad \beta = \frac{\pi}{2} \tag{1.2}$$

Para o polinômio 3-4

$$R_o = -[h+(-\frac{12h}{\beta^2})] \quad \Rightarrow \quad \frac{R_o}{h} = 3 = -1+\frac{12}{\beta^2}] \quad \Rightarrow \quad \beta = \sqrt{3} \tag{1.3}$$

Para o polinômio 4-5

$$R_o = -[h+(-\frac{20h}{\beta^2})] \quad \Rightarrow \quad \frac{R_o}{h} = 3 = -1+\frac{20}{\beta^2}] \quad \Rightarrow \quad \beta = \sqrt{5} \tag{1.4}$$

Comparando os três valores obtidos

$$\frac{\pi}{2} < \sqrt{3} < \sqrt{5} \tag{1.5}$$

Concluímos que deve ser utilizado o polinômio 4-5 e o diagrama de elevação total será:

$$f(\theta) = h \begin{cases} \left[5\left(\frac{\theta}{\sqrt{5}}\right)^4 - 4\left(\frac{\theta}{\sqrt{5}}\right)^5\right] & \text{para } 0 \leq \theta < \sqrt{5} \\ \left[5\left(\frac{2\sqrt{5}-\theta}{\sqrt{5}}\right)^4 - 4\left(\frac{2\sqrt{5}-\theta}{\sqrt{5}}\right)^5\right] & \text{para } \sqrt{5} \leq \theta < 2\sqrt{5} \\ 0 & \text{para } 2\sqrt{5} \leq \theta \leq 2\pi \end{cases} \tag{1.6}$$

Questão 2

Pelo enunciado e substituindo-se os valores fornecidos, tem-se:

$$4Q = \frac{Q}{\cos\varphi - \frac{1}{4}\,\mathrm{sen}\,\varphi} \quad \Rightarrow \quad 4\cos\varphi - \mathrm{sen}\,\varphi = 1 \tag{2.1}$$

Desenvolvendo em sequência

$$\begin{aligned} (4\cos\varphi - 1)^2 &= \mathrm{sen}^2\varphi \\ 16\cos^2\varphi - 8\cos\varphi + 1 &= 1 - \cos^2\varphi \\ 17\cos^2\varphi &= 8\cos\varphi \\ 17\cos\varphi &= 8 \\ \varphi &= \arccos\tfrac{8}{17} \end{aligned} \tag{2.2}$$

O que nos leva a φ = 1,0808.